Идентификация ядра интегрального уравнения Вольтерра 1-го рода

Чубатов Андрей Алексеевич
Армавирская государственная педагогическая академия (Армавир), Россия
e-mail: chaa@inbox.ru

Кармазин Владимир Николаевич
Кубанский государственный университет (Краснодар), Россия

Уравнение турбулентной диффузии описывает процесс распространения примеси в атмосфере [1]

$$\frac{\partial q}{\partial t}+v_x\frac{\partial q}{\partial x}+v_y\frac{\partial q}{\partial y}+v_z\frac{\partial q}{\partial z}=K_x\left(\frac{\partial^2 q}{\partial x^2}\right)+K_y\left(\frac{\partial^2 q}{\partial y^2}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(K_z\frac{\partial q}{\partial z}\right)+f(x,y,z)\cdot g(t), \quad (1)$$

где $q=q(x,y,z,t)$ — концентрация загрязняющей примеси, $(v_x;v_y;v_z)$ — скорость ветра, K_x,K_y,K_z — коэффициенты диффузии, функции $f(x,y,z)$ и $g(t)$ определяют расположение и интенсивность источника.

В работе [2] рассматривалась задача экспресс идентификации интенсивности источника $g(t)$ при известных замерах концентрации $q_{ji}=q(x_j,y_j,z_j,t_i)$ и ступенчатых коэффициентах чувствительности $\phi_{ji}=\mathcal{Q}(x_j,y_j,z_j,t_i)$, $\mathcal{Q}(x,y,z,t)$ — решение прямой задачи (1) при единичной интенсивности $g(t)=1$. Коэффициенты чувствительности характеризуют причинно-следственные связи прямой задачи (1) и содержат информацию о параметрах модели: коэффициенты диффузии, скорость ветра, геометрию области, расположение источника и датчика, за исключением интенсивности источника. Задача идентификации интенсивности сводилась к решению интегрального уравнения Вольтерра 1-го рода

$$\int\limits_0^t \frac{\partial \mathcal{Q}(x_j,y_j,z_j,t-\tau)}{\partial t}\cdot g(\tau)\,d\tau=q(x_j,y_j,z_j,t). \quad (2)$$

Во многих практических случаях параметры модели (1) неизвестны, поэтому возникает необходимость в восстановлении функции $\mathcal{Q}(x,y,z,t)$ из уравнения (2) на основе экспериментально известных значений интенсивности $g(t_i)$ и замеров концентрации q_{ji}.

Задача восстановления функции $\mathcal{Q}(x,y,z,t)$ является некорректно-поставленной и для ее решения использовались специальные методы: метод глобальной и последовательной регуляризации А.Н. Тихонова [3], метод функциональной аппроксимации и метод регуляризации на основе расширенных систем [4,5]. Проведены вычислительные эксперименты, построены устойчивые численные приближения функции $\mathcal{Q}(x,y,z,t)$ при наличии погрешностей в замерах концентрации и интенсивности.

Список литературы

1. Марчук Г.И. *Математическое моделирование в проблеме окружающей среды.* М.: Наука, 1982.

2. Чубатов А.А., Кармазин В.Н. Устойчивая оценка интенсивности источника загрязнения атмосферы на основе метода последовательной функциональной аппроксимации. *Компьютерные исследования и моделирование* (2009) Т. 1, в„– 4, 391–403.

3. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. *Методы решения некорректных задач.* М.: Наука, 1986.

4. Bjoork A. Numerical stability of methods for solving augmented systems. *Contemporary Math.* (1997) V. 204, 51–60.

5. Морозов В.А. Алгоритмические основы методов решения некорректных задач. *Вычисл. методы и программирование* (2003) Т. 45, 130–141.