

Численное решение задачи осаждения частиц золота при движении фильтрационного потока через отвал

ЕНАВИН АНДРЕЙ ВИТАЛЬЕВИЧ

ФГОУ ВПО "Сибирский федеральный университет" (Красноярск), Россия
e-mail: blanking@yandex.ru

Прогресс в совершенствовании методов извлечения золота позволяет возвести техногенные отвалы отработанной породы в ранг техногенных месторождений – привлекательного сырьевого источника.

Техногенные отвалы могут конкурировать по содержанию и запасам золота со вновь открываемыми месторождениями. Имеется значительный отечественный и зарубежный опыт, доказывающий рентабельность повторного промышленного освоения таких объектов.

При повторной отработке россыпей в первую очередь необходимо оценить местонахождение и объемы наносов частиц, вымытых из отвальной породы в процессе фильтрации природных или искусственно подводимых потоков воды. При этом возникает задача осаждения частиц золота при движении фильтрационного потока, которая может быть поставлена как задача с неизвестной границей, сводящаяся к вариационному неравенству с односторонним ограничением на решение.

Впервые переход от задачи об установившейся фильтрации жидкости к вариационному неравенству в двумерной постановке осуществил Байокки [1, 2] для однородной прямоугольной плотины. Позднее Брезис [3, 4] и др. предложили иную формулировку задачи о линейной фильтрации в плотине с произвольной геометрией. Был получен результат о существовании обобщенного решения. В работах Корильо-Менендеса и Шипо [5] изучена проблема единственности этого решения.

В данной работе процесс фильтрации жидкости исследуется применительно к частному случаю геометрии техногенной россыпи. Задача фильтрации рассматривается в постановке Брезиса [4] и сводится к задаче решения вариационного неравенства. Для численного решения задачи использовался параллельный метод конечных элементов, алгоритм и программная реализация которого выполнены автором в системе Matlab.

Описание процесса седиментации (осаждения) частиц золота в заданном фильтрационном потоке представляет собой сложную проблему, требующую подбора специальных феноменологических параметров на основе экспериментальных данных. Существенное влияние на этот процесс оказывает форма частиц (компактные овально-вытянутые, чешуйчатые, пластинчатые, лепешковидные), скорость потока жидкости, прочность адгезии частиц в породе, а также соотношение между диаметром частиц и характерным размером пор.

Пусть $c(x, y, t)$ – концентрация частиц золота в породе в момент времени t , заданная в начальный момент времени: $c(x, y, 0) = c_0$. Изменение концентрации со временем описывается кинетическим уравнением :

$$\partial c / \partial t = -\alpha k |\text{grad } u| c. \quad (1)$$

Здесь α – параметр адгезионной податливости. В данном приближении предполагается, что объем вымываемых за единицу времени частиц пропорционален ско-

рости потока, хотя учет нелинейной зависимости от скорости не приводит к существенному усложнению математической модели. При выполнении уравнения (1) концентрация падает по экспоненциальному закону:

$$c(x, y, t) = c_0 \exp\{-\alpha k |\text{grad } u(x, y)| t\}. \quad (2)$$

Полученная формула позволяет оценить время, которое требуется для глубокой переработки россыпи в режиме принудительной фильтрации. При определении объема и формы наносов предлагается использовать две модели [6]. Первая из них – модель мгновенного оседания – описывает падение тяжелых частиц за время, бесконечно малое по сравнению с характерным временем процесса. Пространственное распределение массы наноса к моменту времени T определяется как интеграл (ρ_0 – плотность золота):

$$m(x) = \rho_0 \int_{\varphi_0(x)}^{\varphi(x)} (c_0 - c(x, z, T)) dz. \quad (3)$$

Во второй модели, учитывающей боковой снос частиц, интегрирование в (3) производится вдоль их траекторий, которые строятся на основе решения уравнений движения, представляющих собой специальный вариант уравнений теории стационарной фильтрации при наличии скоростного напора жидкости.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта 11-01-00053).

Список литературы

- [1] Baiocchi C., Comincioli V., Magenes E., Pozzi G.A. Free boundary problems in the theory of fluid through porous media: existence and uniqueness theorems // *Ann. Math. Pura Appl.* 1973. V. 93, No. 4. P. 1-82.
- [2] Baiocchi C., Comincioli V., Guerri L., Volpi G. Free boundary problems in the theory of fluid through porous media: a numerical approach // *Calcolo.* 1973. V. 10, No. 1. P. 1-85.
- [3] H. Brezis, D. Kinderlehrer and G. Stampacchia. Sur une nouvelle formulation du probleme de l'ecoulement a travers une digue. // *C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. A* 287 (1978), 711-714.
- [4] H. Brezis. The Dam Problem revisited. In *Free Boundary Problems: Theory and Applications Vol. 1.* // A. Fasano, M. Primicerio, editors, London: Pitman, 1983.
- [5] J. Carrillo-Menendez and M. Chipot. On the dam problem. // *J. Diff. Eqns.*, 45: 234-271, 1982.
- [6] Садовский В.М., Енавин А.В. Математическое моделирование осаждения частиц золота при движении фильтрационного потока через отвал. // *Труды Всероссийской научной конференции “Фундаментальные и прикладные вопросы механики и процессов управления”*, Владивосток, 2011.