

# Численное решение обратной задачи с неизвестной граничной функцией для уравнений мелкой воды

ДЕМЕНТЬЕВА ЕКАТЕРИНА ВАСИЛЬЕВНА

*Институт вычислительного моделирования СО РАН (Красноярск), Россия*  
e-mail: lionesskate@gmail.com

КАРЕПОВА ЕВГЕНИЯ ДМИТРИЕВНА

*Институт вычислительного моделирования СО РАН (Красноярск), Россия*

Прямая задача для уравнений мелкой воды ставится в области произвольной формы на сфере с достаточно гладкой границей. Граница области состоит из «твердых» участков – береговой линии и «жидких» участков – граница по морю. После дискретизации прямой задачи по времени для полученной полудискретной модели, приближенно описывающей изначально моделируемый гидродинамический процесс, на фиксированном шаге по времени в области ставится обратная задача о восстановлении граничной функции. Проблема состоит в том, что в общем случае влияние океана на открытую часть границы по морю неизвестна, то есть граничные условия на «жидкой» границе содержат граничную функцию, которую следует найти вместе с неизвестными задачи – скоростями и возвышением свободной поверхности. Для решения задачи используются методы оптимизации и теории управления.

Для построения численного алгоритма задача переформулирована в виде задачи оптимального управления. Построен и обоснован итерационный численный метод, использующий информацию о данных наблюдений о возвышении свободной поверхности на части жидкой границы, для восстановления граничной функции на всей жидкой границе и, следовательно, поля скоростей и возвышения свободной поверхности во всей расчетной области. Метод состоит в итерационном уточнении граничной функции путем численного решения последовательно прямой и сопряженной задач.

Поскольку задача некорректна, то рассмотрено несколько подходов к её регуляризации. Поиск граничной функции осуществлялся из трех различных функциональных пространств. В качестве регуляризаторов рассматривались нормы граничной функции в пространствах ее поиска. Показаны сильные и слабые стороны каждого регуляризатора. Для этого изучалось поведение алгоритма восстановления граничной функции по данным наблюдений различной гладкости – гладким, с наложением белого шума, с пропусками.

Создано и оттестировано эффективное параллельное программное обеспечение для SMP-узловых кластеров, решающее описанную задачу с помощью метода конечных элементов на неструктурированной согласованной триангуляции расчетной области. Проведены тестовые расчеты по восстановлению данных для акватории Охотского моря.

Работа выполнялась при поддержке РФФИ, грант № 11-01-00224-а.