

Управление параметром жесткости тонких включений в упругих телах с трещинами

ЩЕРБАКОВ ВИКТОР ВИКТОРОВИЧ

Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН (Новосибирск), Россия
e-mail: sherbakov87@gmail.com

Современное развитие промышленности связано с внедрением новых композиционных материалов с тонкими волокнами. Это приводит к необходимости изучения задач равновесия упругих тел с тонкими жесткими и упругими включениями. Как известно, тонкие включения могут отслаиваться, образуя тем самым трещины. Основной особенностью формулируемых при этом краевых задач является постановка в негладкой области с разрезом (трещиной), которая влечет наличие сингулярных составляющих у решения. Классический подход к описанию трещин, имеющий почти вековую историю, характеризуется линейными краевыми условиями типа Неймана на берегах. Возникающие в этой ситуации математические модели допускают взаимное проникание берегов трещины, что приводит к физическим противоречиям. В недавних работах [1, 2] предложены модели теории упругости для тел, содержащих тонкие жесткие и упругие включения, которые позволяют избежать таких противоречий. При этом для описания отслоения тонкого включения от упругой матрицы использовались нелинейные краевые условия типа неравенств, исключающие взаимное проникание берегов.

В представленной работе в рамках критерия Гриффитса [3] исследуется задача оптимального управления для двумерного упругого тела с тонким включением и примыкающей к нему трещиной. На берегах трещины задаются краевые условия, имеющие вид равенств и неравенств и описывающие взаимное непроникание берегов трещины. В роли целевого функционала выступает производная функционала энергии по длине трещины, а в качестве параметра управления — параметр жесткости тонкого включения. При этом допускаются значения параметра равные нулю и бесконечности. Первый из случаев соответствует трещине, а второй — тонкому полужесткому включению. Основной полученный результат заключается в доказательстве существования решения задачи оптимального управления. Это решение реализует наиболее безопасное положение равновесия с точки зрения дальнейшего развития трещины.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 10-01-00054 а) и ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России" на 2009–2013 годы (соглашение 8222).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лойгеринг Г., Хлуднев А. М.* О равновесии упругих тел, содержащих тонкие жесткие включения // Доклады Академии наук 2010. Т. 430, № 1. С. 47–50.
2. *Khludnev A. M., Negri M.* Crack on the boundary of a thin elastic inclusion inside an elastic body // ZAMM. 2012. V. 92, № 5. P. 341–354.
3. *Черепанов Г. П.* Механика хрупкого разрушения. — М.: Наука, 1974.
4. *Щербаков В. В.* Управление жесткостью тонких включений в упругих телах с криволинейными трещинами // Вестник НГУ (в печати).