

# АНАЛИЗ СВЯЗАННОСТИ ПАРАМЕТРОВ ВЯЗКОУПРУГИХ СРЕД ПРИ РЕШЕНИИ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ СЕЙСМИКИ.

Е.С.Ефимова

Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука

СО РАН

e-mail: [EfimovaES@ipgg.sbras.ru](mailto:EfimovaES@ipgg.sbras.ru)

В работе рассматривается двумерная постановка обратной задачи сейсмики для сред с поглощением. Среды с поглощением используются для описания флюидо-насыщенных сред. При численном решении задачи набор восстанавливаемых параметров может оказаться связанным: когда возмущение в среде одного параметра отражается на других. В работе проводится анализ связанности параметров среды с использованием диаграмм рассеяности и сингулярного разложения.

## Введение

С достаточно высокой точностью вязкоупругие среды описывают флюидонасыщенные породы. Состав флюида влияет на поглощающие свойства среды. Численно решая обратную задачу сейсмики для вязкоупругих сред, возникает проблема *связанности* параметров среды: если истинная неоднородность в среде только по одному из параметров восстанавливается как возмущение по всем. То есть при определении связанного набора параметров, решение получится неверным. При разработке численных методов и алгоритмов, важным этапом является изучение возможности независимого восстановления параметров среды по данным сейсмических наблюдений. В представленной работе проведено исследование возможности восстановления плотности, импедансов и поглощающих свойств среды.

## Теория

В вязкоупругих средах, состояние напряжения зависит от истории деформирования, таким образом, уравнение состояния будет выражаться с использованием Обобщенного закона Гука. С математической точки

зрения, среда с поглощением может быть записана с использованием уравнения равновесия, упругих деформаций и обобщенного закона Гука:

$$\rho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = \operatorname{div} \sigma + \vec{f}$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{1}{2} (\nabla u + \nabla u^*)$$

$$\sigma_{ij}(x, t) = \int_{-\infty}^t G_{ijkl}(x, t-\tau) \frac{\partial \varepsilon_{kl}(x, \tau)}{\partial \tau} d\tau$$

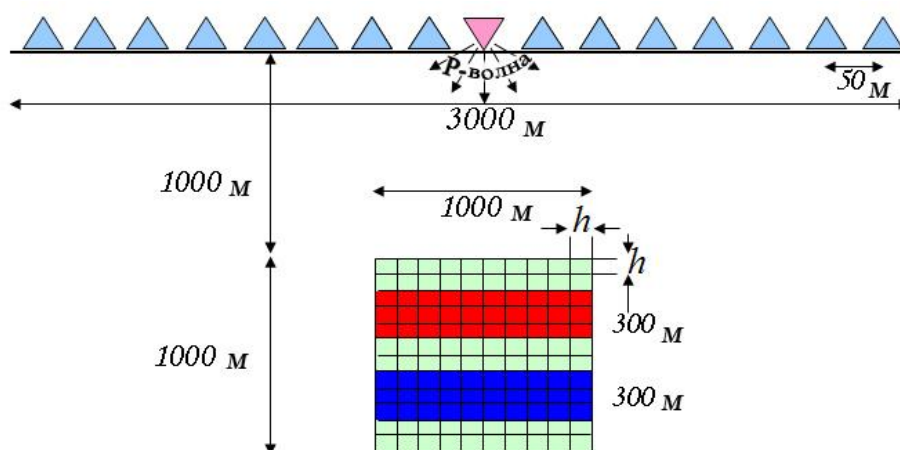
Для того, чтобы перейти от интегро-дифференциальной формы задачи к дифференциальной, будем использовать обобщенную стандартную модель твердого тела (являющуюся суперпозицией среды Максвелла и среды Кельвина-Фойгта), [1]. Физический параметр, определяющий поглощение – добротность  $Q$ . При малых поглощениях в среде, можно использовать tau-метод, основанный на использовании безразмерных параметрах поглощения, описывающих уровень поглощения в среде:  $\tau^P, \tau^S$ , соответствующих  $P$ -,  $S$ -волнам, описывающих уровень поглощения в среде. Стоит отметить, что по заданным параметрам поглощения, единственным образом определяется значение добротности. В работе рассматривалась линейная постановка задачи, при этом анализ связанности проводился для набора параметров: плотность, упругие импедансы и параметры поглощения.

Связанность параметров означает, что при восстановлении одного параметра, решение задачи покажет, что был возмущен и другой, формально от него не зависимый. Для анализа связанности был рассмотрен метод, основанный на диаграммах направленности рассеяния [3]. Диаграммы представляют амплитуду волны, рассеянной от точечной области в зависимости от угла рассеяния. Чем больше сходство форм диаграмм для разных параметров, тем больше связанность этих параметров. Также для анализа связанности предлагается исследовать сингулярное разложение оператора. Оператор задачи является компактным, поэтому будем рассматривать свойства решения, используя усеченное сингулярное разложение [2]: предлагается использовать  $r$ -решения, которые являются проекциями искомого решения на линейную комбинацию старших правых сингулярных векторов. Число  $r$ ,

привлекаемых сингулярных векторов, контролирует обусловленность задачи и позволяет построить его с приемлемой точностью.

### Численные эксперименты

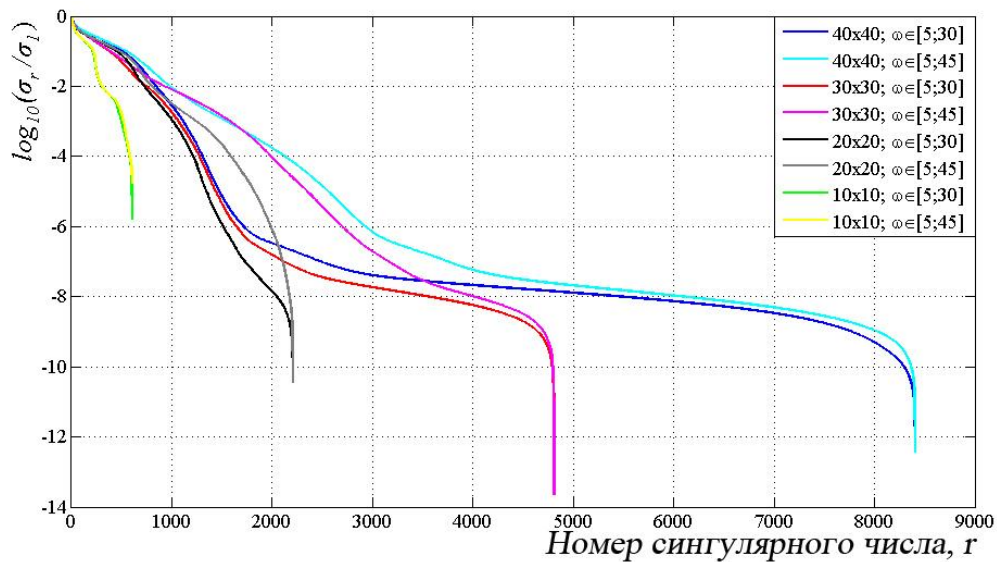
Метод, основанный на диаграммах рассеяния был использован для различных наборов параметров. Лучшие результаты были получены для:  $\{\rho, I^P, I^S, \tau^P, \tau^S\}$ . Следует отметить схожесть форм диаграмм для параметров поглощения и импедансов, соответствующих Р- или S-волнам. При рассмотрении разных частот оказывается, что зависимость диаграмм от частоты разная для параметров поглощений и импедансов. То есть рассматриваемый набор параметров является связанным, но при использовании частотного диапазона, есть шанс уменьшить связанность.



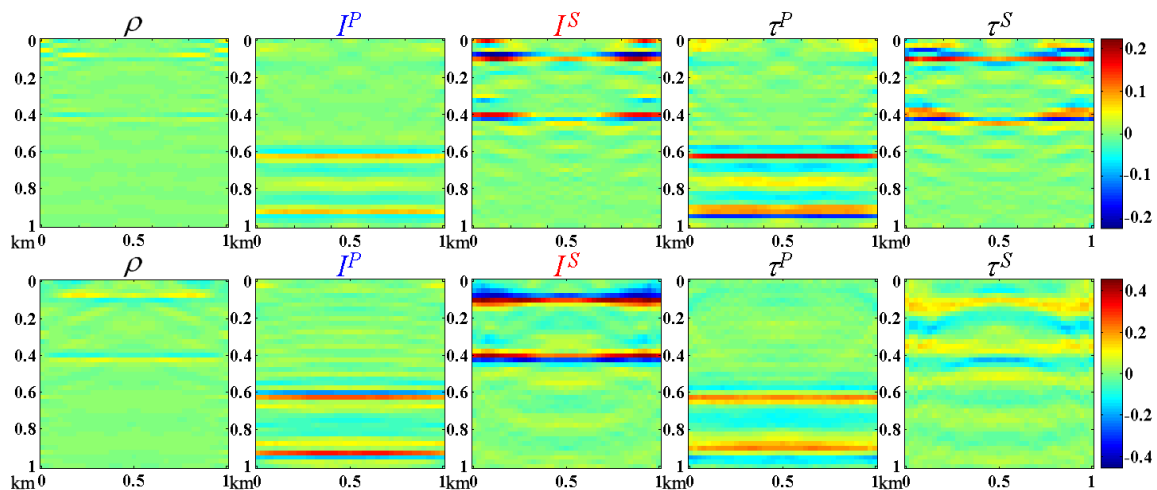
**Рис. 1.** Модель среды, используемая для анализа сингулярного разложения. Целевая область – квадрат. В красной области возмущен параметр  $I^S$ , в синей –  $I^P$ ; во втором случае  $\tau^S$  в красной и  $\tau^P$  в синей.

Для изучения связанности параметров использовался сингулярный-анализ. Была рассмотрена достаточно простая модель среды, позволяющая выявить основные свойства решения обратной задачи (рис.1).

На рис.2 представлены сингулярные числа оператора задачи для разных шагов и разных диапазонов частот. На графиках можно отметить быстрое стремление к нулю сингулярных чисел, что соответствует тому, что оператор задачи компактен. Также можно заметить, что с увеличением частотного диапазона графики становятся более пологими.



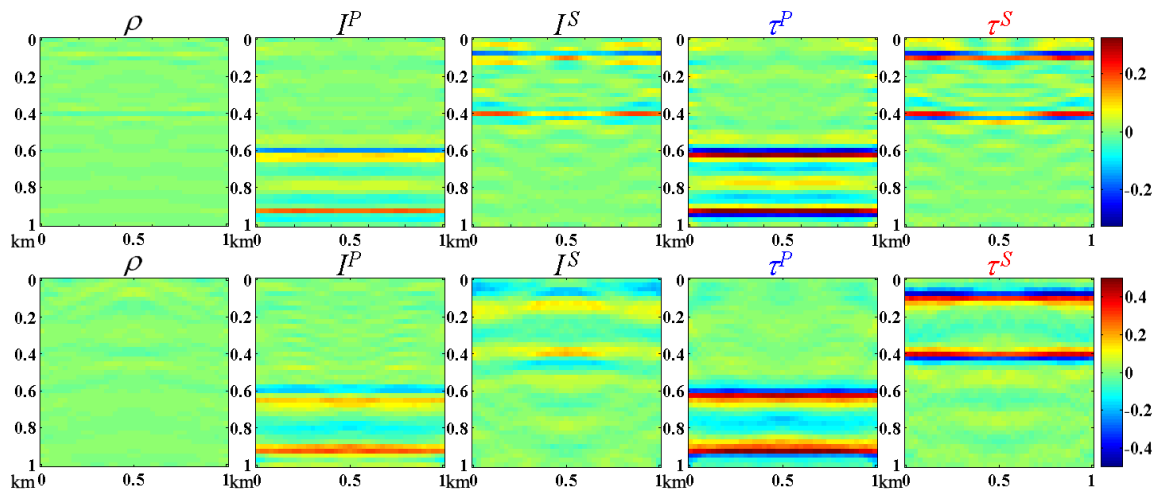
**Рис. 2.** Сингулярные числа в логарифмической шкале для разных шагов сетки и диапазонов частот.



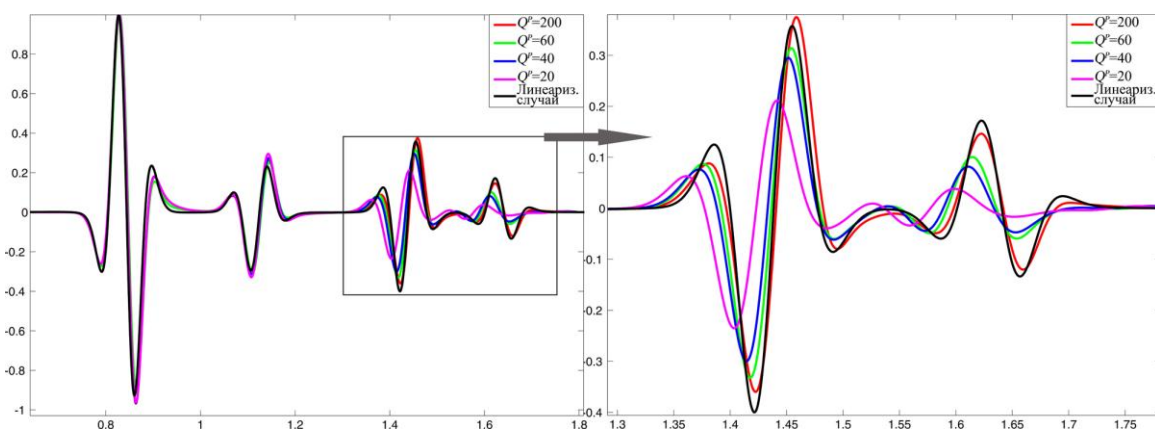
**Рис. 3.** R-решения для модели изображенной на рис.1. В верхнем слое было возмущение  $I^S$ , в нижнем  $I^P$ . В первой линии число обусловленности 100 и частотный диапазон (5,30)Гц; во втором  $10^4$  и (5,45)Гц.

После построения проекций на сингулярные векторы (рис. 3-4), можно заключить, что восстанавливается только амплитуда разрыва на границе области с возмущенным параметром. Связанность проявляется отдельно на параметрах, соответствующих P- и S-волне. При рассмотрении задачи на более широком диапазоне частот, а также при увеличении числа обусловленности связанность параметров среды уменьшается.

На рис. 5 представлены трассы сейсмограмм для разных добротностей, а так же для линейризованной постановки. Стоит отметить, что добротность 200 наиболее схожа с линейризованным случаем.



**Рис. 4.** R-решения для модели изображенной на рис.1. В верхнем слое было возмущение  $\tau^S$ , в нижнем  $\tau^P$ . В первой линии число обусловленности 100 и частотный диапазон (5,30)Гц; во втором  $10^4$  и (5,45)Гц.



**Рис. 5.** Масштабированные трассы, записанные в первом приемнике с рис. 1. Графики с учетом поглощения во всей целевой области:  $Q^P=200, 60, 40, 20$ , а также в линейризованном случае. Справа – увеличенный участок.

## Заключение

В работе было проведено исследование линейризованного оператора динамической теории упругости вязкоупругих сред. Были рассмотрены методы основанные на построении диаграмм рассеяния и сингулярного разложения оператора. Импедансы и параметры поглощения, соответствующие отдельно продольным и поперечным волнам являются

связанными. Но при увеличении диапазона частот и числа обусловленности связанность параметров уменьшается. Это дает возможность восстанавливать добротность с использованием данных высокого качества. При использовании данных более низкого качества необходимы некоторые обновления к используемым методам.

### **Список Литературы**

- 1.** Carcione, J.M. [1993] Seismic modeling in viscoelastic media. *Geophysics*, 58(1), pp. 110-120.
- 2.** Cheverda, V. A., Kostin, V.I. [1995] R-pseudoinverses for compact operators in hilbert spaces:existence and stability. *Journal of Inverse and Ill-Posed Problems*, 3(2), pp. 131–148.
- 3.** Tarantola, A. [1986] A strategy for nonlinear elastic inversion of seismic reflection data. *Geophysics*, 51(10), pp. 1893–1903.