

Об одной 3D-задаче многокомпонентной фильтрации

М.Ж. Мукимбеков, М.Т. Накибаева

Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы,
Казахстан, e-mail:m.mukim@gmail.com

Постановка задачи.

В условиях бурного развития новых технологий в нефтяной отрасли встает вопрос о использовании современных методов математического моделирования и вычислительного аппарата для более качественного анализа эффективности разработки нефтяных месторождений и изучения пластовых процессов. Для увеличения нефтеотдачи применяют вторичные и третичные методы, которые позволяют улучшить физические, фильтрационно-емкостные характеристики нефтяного пласта /1,2/. К таким методам относится нагнетание углекислого газа в пласт в системе скважин.

Рассмотрим фильтрацию двухфазной смеси (нефть, газ), состоящий из трех компонент, а именно светлые компоненты нефти, тяжелые компоненты нефти и двуокись углерода (CO_2), описываемой 3D – трехмерной математической моделью воздействия углекислого газа на нефтяной пласт с учетом произвольного расположения фонда нагнетательных и добывающих скважин с учетом капиллярных сил. Математическая модель имеет следующий вид в области $G \times (0, T]$:

$$\frac{\partial}{\partial t}(m(x_{1,o}\xi_o s_o + x_{1,g}\xi_g s_g)) + div(x_{1,o}\xi_o w_o + x_{1,g}\xi_g w_g) = - \sum_{i=1}^{N_2} Q_{1,i} \delta(x - x_{\delta i}, y - y_{\delta i}, z - z_{\delta i}), \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(m(x_{2,o}\xi_o s_o + x_{2,g}\xi_g s_g)) + div(x_{2,o}\xi_o w_o + x_{2,g}\xi_g w_g) = - \sum_{i=1}^{N_2} Q_{2,i} \delta(x - x_{\delta i}, y - y_{\delta i}, z - z_{\delta i}), \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(m(x_{3,o}\xi_o s_o + x_{3,g}\xi_g s_g)) + div(x_{3,o}\xi_o w_o + x_{3,g}\xi_g w_g) = div(D_{3,o} \nabla(\xi_o x_{3,o}) + \\ D_{3,g} \nabla(\xi_g x_{3,g})) + \sum_{i=1}^{N_1} Q_{3,i}^{nagn} \delta(x - x_{ni}, y - y_{ni}, z - z_{ni}) - \sum_{i=1}^{N_2} Q_{3,i}^{dob} \delta(x - x_{\delta i}, y - y_{\delta i}, z - z_{\delta i}), \quad (3) \end{aligned}$$

$$w_o = -k \frac{f_o}{\mu_o} (\nabla p_o - \rho_o g \nabla z), w_g = -k \frac{f_g}{\mu_g} (\nabla p_g - \rho_g g \nabla z), \quad (4)$$

$$p_g - p_o = p_{cap}(s_o), \quad (5)$$

$$x_{1,o} + x_{2,o} + x_{3,o} = 1, x_{1,g} + x_{2,g} + x_{3,g} = 1, s_o + s_g = 1, \quad (6)$$

$$f_{j,0} = f_{j,g}, j = \overline{1, \dots, 3}. \quad (7)$$

Здесь s_o, s_g - насыщенность нефти и газа соответственно; x_1, x_2, x_3 - светлые компоненты нефти, тяжелые компоненты нефти и двуокись углерода соответственно; $x_{1,0}, x_{2,0}, x_{3,0}$ - мольные фракции светлых компонент нефти, тяжелых компонент нефти и двуокиси углерода в нефтяной фазе соответственно; $x_{1,g}, x_{2,g}, x_{3,g}$ - мольные фракции светлых компонент нефти, тяжелых компонент нефти и двуокиси углерода в газовой фазе соответственно; p_o, p_g - давление нефти и газа соответственно; p_{cap} - капиллярное давление; k - абсолютная проницаемость пласта; m - пористость пласта; ξ_o, ξ_g

- молярная плотность нефти и газа соответственно; ρ_o, ρ_g - плотность нефти и газа соответственно; f_o, f_g - относительные фазовые проницаемости нефти и газа соответственно; μ_o, μ_g - вязкость нефти и газа соответственно; $Q_{3,i}^{nagn}, Q_{3,i}^{dob}$ - приведенные дебиты двуокиси углерода на нагнетательных и добывающих скважинах соответственно; $Q_{1,i}, Q_{2,i}$ - приведенные дебиты светлых и тяжелых компонент нефти на добывающих скважинах соответственно; (x_{ni}, y_{ni}, z_{ni}) - координаты i -ой нагнетательной скважины; $(x_{\delta i}, y_{\delta i}, z_{\delta i})$ - координаты i -ой добывающей скважины; N_1, N_2 - количество нагнетательных скважин и добывающих скважин соответственно.

В качестве начальных условий берутся начальные распределения давлений и насыщенных нефти, газа соответственно; молярных фракций светлых компонент нефти, тяжелых компонент нефти и двуокиси углерода в нефтяной и газовой фазе соответственно:

$$(p_o, p_g)|_{t=0} = (p_o^0, p_g^0), (s_o, s_g)|_{t=0} = (s_o^0, s_g^0). \quad (8)$$

$$(x_{1,o}, x_{2,o}, x_{3,o})|_{t=0} = (x_{1,o}^0, x_{2,o}^0, x_{3,o}^0), (x_{1,g}, x_{2,g}, x_{3,g})|_{t=0} = (x_{1,g}^0, x_{2,g}^0, x_{3,g}^0). \quad (9)$$

На границах области течения задаются следующие условия:

$$(w_o \bar{n}; w_g \bar{n})|_{\partial G} = 0, \left(\frac{\partial s_o}{\partial n}; \frac{\partial s_g}{\partial n} \right) \Big|_{\partial G} = 0, \quad (10)$$

$$\left(\frac{\partial x_{1,o}}{\partial n}; \frac{\partial x_{2,o}}{\partial n}; \frac{\partial x_{3,o}}{\partial n} \right) \Big|_{\partial G} = 0, \left(\frac{\partial x_{1,g}}{\partial n}; \frac{\partial x_{2,g}}{\partial n}; \frac{\partial x_{3,g}}{\partial n} \right) \Big|_{\partial G} = 0. \quad (11)$$

Вычислительный алгоритм.

Для решения данной задачи преобразуем нашу систему, т.е. сложим уравнения (1)- (3) с использованием в вид для удобной численной реализации.

Так как, $\zeta_o = \xi_o(p_o, x_{1,o}, x_{2,o})$, $\zeta_g = \xi_g(p_g, x_{1,g}, x_{2,g})$,

$$\frac{\partial \zeta_o}{\partial t} = \frac{\partial \zeta_o}{\partial p_o} \frac{\partial p_o}{\partial t} + \frac{\partial \zeta_o}{\partial x_{1,o}} \frac{\partial x_{1,o}}{\partial t} + \frac{\partial \zeta_o}{\partial x_{2,o}} \frac{\partial x_{2,o}}{\partial t},$$

$$\frac{\partial \zeta_g}{\partial t} = \frac{\partial \zeta_g}{\partial p_g} \frac{\partial p_g}{\partial t} + \frac{\partial \zeta_g}{\partial x_{1,g}} \frac{\partial x_{1,g}}{\partial t} + \frac{\partial \zeta_g}{\partial x_{2,g}} \frac{\partial x_{2,g}}{\partial t},$$

$$\nabla p_g = \nabla p_o + \frac{\partial p_{cap}}{\partial s_o} \nabla s_o, \frac{\partial p_g}{\partial t} = \frac{\partial p_o}{\partial t} + \frac{\partial p_{cap}}{\partial s_o} \frac{\partial s_o}{\partial t},$$

$m = m(x, y, z)$ и с учетом (4), (5) получаем следующее уравнение,

$$\begin{aligned} & m \left(\frac{\partial \zeta_o}{\partial p_o} s_o + \frac{\partial \zeta_g}{\partial p_g} (1 - s_o) \right) \frac{\partial p_o}{\partial t} + m \left(\frac{\partial \zeta_o}{\partial x_{1,o}} \frac{\partial x_{1,o}}{\partial t} + \frac{\partial \zeta_o}{\partial x_{2,o}} \frac{\partial x_{2,o}}{\partial t} \right) s_o + m (\xi_o - \xi_g) \frac{\partial s_o}{\partial t} + \\ & + m \left(\frac{\partial \zeta_g}{\partial p_g} \frac{\partial p_{cap}}{\partial s_o} \frac{\partial s_o}{\partial t} + \frac{\partial \zeta_g}{\partial x_{1,g}} \frac{\partial x_{1,g}}{\partial t} + \frac{\partial \zeta_g}{\partial x_{2,g}} \frac{\partial x_{2,g}}{\partial t} \right) (1 - s_o) = \operatorname{div} \left(k \left(\xi_o \frac{f_o}{\mu_o} + \xi_g \frac{f_g}{\mu_g} \right) \nabla p_o \right) - \\ & - \operatorname{div} \left(k \left(\xi_o \frac{f_o}{\mu_o} \rho_o + \xi_g \frac{f_g}{\mu_g} \rho_g \right) g \nabla z \right) + \operatorname{div} \left(\xi_g k \frac{f_g}{\mu_g} \frac{\partial p_{cap}}{\partial s_o} \nabla s_o \right) + \operatorname{div} \left(D_{3,o} \nabla (\xi_o x_{3,o}) + D_{3,g} \nabla (\xi_g x_{3,g}) \right) + \\ & + \sum_{i=1}^{N_1} Q_{3,i}^{nagn} \delta(x - x_{ni}, y - y_{ni}, z - z_{ni}) - \sum_{i=1}^{N_2} Q_{3,i}^{dob} \delta(x - x_{\delta i}, y - y_{\delta i}, z - z_{\delta i}) - \end{aligned}$$

$$- \sum_{i=1}^{N_2} Q_{1,i} \delta(x - x_{\delta i}, y - y_{\delta i}, z - z_{\delta i}) - \sum_{i=1}^{N_2} Q_{2,i} \delta(x - x_{\delta i}, y - y_{\delta i}, z - z_{\delta i}), \quad (12)$$

В области $0 \leq x \leq l_1$, $0 \leq y \leq l_2$, $0 \leq z \leq l_3$, $0 < t \leq T$ введем следующую разностную сетку. Где $x_{i+1} = x_i + hx_i$, $y_{j+1} = y_j + hy_j$, $z_{k+1} = z_k + hz_k$, $t^0 = 0$, $t^{n+1} = t^n + \Delta t$, ($i = 0 \dots N_X, j = 0 \dots N_Y, k = 0 \dots N_Z, n = 0 \dots M$).

Уравнение (??) является нелинейным относительно давления, будем ее решать схемой расщепления по локальным переменным.

Неявная схема расщепления для уравнения давления по направлению x будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} & hx_i hy_j hz_k m_{ijk} \left(\left(\frac{\partial \zeta_o}{\partial p_o} \right)_{ijk}^n s_{o,ijk}^n + \left(\frac{\partial \zeta_g}{\partial p_g} \right)_{ijk}^n (1 - s_{o,ijk}^n) \right) \frac{p_{o,ijk}^{n+1/3} - p_{o,ijk}^n}{\tau} + \\ & + hx_i hy_j hz_k m_{ijk} s_{o,ijk}^n \left(\left(\frac{\partial \zeta_o}{\partial x_{1,o}} \right)_{ijk}^n \frac{x_{1,o,ijk}^{n+1/3} - x_{1,o,ijk}^n}{\tau} + \left(\frac{\partial \zeta_o}{\partial x_{2,o}} \right)_{ijk}^n \frac{x_{2,o,ijk}^{n+1/3} - x_{2,o,ijk}^n}{\tau} \right) + \\ & + hx_i hy_j hz_k m_{ijk} (\xi_{o,ijk}^n - \xi_{g,ijk}^n) \frac{s_{o,ijk}^{n+1/3} - s_{o,ijk}^n}{\tau} + \\ & + hx_i hy_j hz_k m_{ijk} \left(\left(\frac{\partial \zeta_g}{\partial p_g} \right)_{ijk}^n \left(\frac{\partial p_{cap}}{\partial s_o} \right)_{ijk}^n \frac{s_{o,ijk}^{n+1/3} - s_{o,ijk}^n}{\tau} + \left(\frac{\partial \zeta_g}{\partial x_{1,g}} \right)_{ijk}^n \frac{x_{1,g,ijk}^{n+1/3} - x_{1,g,ijk}^n}{\tau} + \right. \\ & \left. + \left(\frac{\partial \zeta_g}{\partial x_{2,g}} \right)_{ijk}^n \frac{x_{2,g,ijk}^{n+1/3} - x_{2,g,ijk}^n}{\tau} \right) (1 - s_{o,ijk}^n) = \\ & = hy_j hz_k \left(\left(k_x \left(\xi_o \frac{f_o}{\mu_o} + \xi_g \frac{f_g}{\mu_g} \right) \right)_{i+1/2jk}^{n+1/3} \frac{(p_{oi+1jk}^{n+1/3}) - (p_{o,ijk}^{n+1/3})}{hx_i} - \right. \\ & \left. - \left(k_x \left(\xi_o \frac{f_o}{\mu_o} + \xi_g \frac{f_g}{\mu_g} \right) \right)_{i-1/2jk}^{n+1/3} \frac{(p_{o,ijk}^{n+1/3}) - (p_{oi-1jk}^{n+1/3})}{hx_{i-1}} \right) + \\ & + hy_j hz_k \left(\left(\xi_g k_x \frac{f_g}{\mu_g} \frac{\partial p_{cap}}{\partial s_o} \right)_{i+1/2jk}^n \frac{s_{oi+1jk}^n - s_{o,ijk}^n}{hx_i} - \left(\xi_g k_x \frac{f_g}{\mu_g} \frac{\partial p_{cap}}{\partial s_o} \right)_{i-1/2jk}^n \frac{s_{o,ijk}^n - s_{oi-1jk}^n}{hx_{i-1}} \right) + \\ & + hx_i hz_k \left(\left(\xi_g k_y \frac{f_g}{\mu_g} \frac{\partial p_{cap}}{\partial s_o} \right)_{ij+1/2k}^n \frac{s_{oij+1k}^n - s_{o,ijk}^n}{hy_j} - \left(\xi_g k_y \frac{f_g}{\mu_g} \frac{\partial p_{cap}}{\partial s_o} \right)_{ij-1/2k}^n \frac{s_{o,ijk}^n - s_{oij-1k}^n}{hy_{j-1}} \right) + \\ & + hx_i hy_j \left(\left(\xi_g k_z \frac{f_g}{\mu_g} \frac{\partial p_{cap}}{\partial s_o} \right)_{ijk+1/2}^n \frac{s_{o,ijk+1}^n - s_{o,ijk}^n}{hz_k} - \left(\xi_g k_z \frac{f_g}{\mu_g} \frac{\partial p_{cap}}{\partial s_o} \right)_{ijk-1/2}^n \frac{s_{o,ijk}^n - s_{o,ijk-1}^n}{hz_{k-1}} \right) + \\ & + hy_j hz_k \left((D_{3x,o})_{i+1/2jk}^n \frac{\xi_{o,i+1jk}^n x_{3,oi+1jk}^n - \xi_{o,ijk}^n x_{3,o,ijk}^n}{hx_i} - \right. \\ & \left. - (D_{3x,o})_{i-1/2jk}^n \frac{\xi_{o,ijk}^n x_{3,o,ijk}^n - \xi_{o,i-1jk}^n x_{3,oi-1jk}^n}{hx_{i-1}} \right) + \\ & + hx_i hz_k \left((D_{3y,o})_{ij+1/2k}^n \frac{\xi_{oij+1k}^n x_{3,oij+1k}^n - \xi_{o,ijk}^n x_{3,o,ijk}^n}{hy_j} - \right. \\ & \left. - (D_{3y,o})_{ij-1/2k}^n \frac{\xi_{o,ijk}^n x_{3,o,ijk}^n - \xi_{oij-1k}^n x_{3,oi-1k}^n}{hy_{j-1}} \right) + \\ & + hx_i hy_j \left((D_{3z,o})_{ijk+1/2}^n \frac{\xi_{o,ijk+1}^n x_{3,o,ijk+1}^n - \xi_{o,ijk}^n x_{3,o,ijk}^n}{hz_k} \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -(D_{3z,o})_{ijk-1/2}^n \frac{\xi_{o,ijk}^n x_{3,o,ijk}^n - \xi_{o,ijk-1}^n x_{3,o,ijk-1}^n}{hz_{k-1}} + \\
& + hy_j hz_k ((D_{3x,g})_{i+1/2jk}^n \frac{\xi_{g,i+1jk}^n x_{3,gi+1jk}^n - \xi_{g,ijk}^n x_{3,g,ijk}^n}{hx_i} \\
& - (D_{3x,g})_{i-1/2jk}^n \frac{\xi_{g,ijk}^n x_{3,g,ijk}^n - \xi_{g,i-1jk}^n x_{3,gi-1jk}^n}{hx_{i-1}}) + \\
& + hx_i hz_k ((D_{3y,g})_{ij+1/2k}^n \frac{\xi_{gij+1k}^n x_{3,gij+1k}^n - \xi_{g,ijk}^n x_{3,g,ijk}^n}{hy_j} \\
& - (D_{3y,g})_{ij-1/2k}^n \frac{\xi_{g,ijk}^n x_{3,g,ijk}^n - \xi_{gij-1k}^n x_{3,gij-1k}^n}{hy_{j-1}}) + \\
& + hx_i hy_j ((D_{3z,g})_{ijk+1/2}^n \frac{\xi_{g,ijk+1}^n x_{3,g,ijk+1}^n - \xi_{g,ijk}^n x_{3,g,ijk}^n}{hz_k} \\
& - (D_{3z,g})_{ijk-1/2}^n \frac{\xi_{g,ijk}^n x_{3,g,ijk}^n - \xi_{g,ijk-1}^n x_{3,g,ijk-1}^n}{hz_{k-1}}) + \\
& + \sum_{l=1}^{N_1} (Q_{3,l}^{nagn})^n \omega_{ijk}^{nagn} - \sum_{l=1}^{N_2} ((Q_{1,l}^{dob})^n + (Q_{2,l}^{dob})^n + (Q_{3,l}^{dob})^n) \omega_{ijk}^{dob},
\end{aligned}$$

По направлению y будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned}
& hx_i hy_j hz_k m_{ijk} \left(\left(\frac{\partial \zeta_o}{\partial p_o} \right)_{ikj}^n s_{o,ijk}^n + \left(\frac{\partial \zeta_g}{\partial p_g} \right)_{ijk}^n (1 - s_{o,ijk}^n) \right) \frac{p_{o,ijk}^{n+2/3} - p_{o,ijk}^{n+1/3}}{\tau} + \\
& + hx_i hy_j hz_k m_{ijk} s_{o,ijk}^n \left(\left(\frac{\partial \zeta_o}{\partial x_{1,o}} \right)_{ijk}^n \frac{x_{1,o,ijk}^{n+1/3} - x_{1,o,ijk}^n}{\tau} + \left(\frac{\partial \zeta_o}{\partial x_{2,o}} \right)_{ijk}^n \frac{x_{2,o,ijk}^{n+1/3} - x_{2,o,ijk}^n}{\tau} \right) + \\
& + hx_i hy_j hz_k m_{ijk} (\xi_{o,ijk}^n - \xi_{g,ijk}^n) \frac{s_{o,ijk}^{n+1/3} - s_{o,ijk}^n}{\tau} + \\
& + hx_i hy_j hz_k m_{ijk} \left(\left(\frac{\partial \zeta_g}{\partial p_g} \right)_{ijk}^n \left(\frac{\partial p_{cap}}{\partial s_o} \right)_{ijk}^n \frac{s_{o,ijk}^{n+1/3} - s_{o,ijk}^n}{\tau} + \left(\frac{\partial \zeta_g}{\partial x_{1,g}} \right)_{ijk}^n \frac{x_{1,g,ijk}^{n+1/3} - x_{1,g,ijk}^n}{\tau} \right) + \\
& + \left(\frac{\partial \zeta_g}{\partial x_{2,g}} \right)_{ijk}^n \frac{x_{2,g,ijk}^{n+1/3} - x_{2,g,ijk}^n}{\tau} (1 - s_{o,ijk}^n) = \\
& = hx_i hz_k \left(\left(k_y \left(\xi_o \frac{f_o}{\mu_o} + \xi_g \frac{f_g}{\mu_g} \right) \right)_{ij+1/2k}^{n+2/3} \frac{(p_{oij+1k}^{n+2/3}) - (p_{o,ijk}^{n+2/3})}{hy_j} - \right. \\
& \left. - \left(k_y \left(\xi_o \frac{f_o}{\mu_o} + \xi_g \frac{f_g}{\mu_g} \right) \right)_{ij-1/2k}^{n+2/3} \frac{(p_{o,ijk}^{n+2/3}) - (p_{oij-1k}^{n+2/3})}{hy_{j-1}} \right) + \\
& + hy_j hz_k \left(\left(\xi_g k_x \frac{f_g}{\mu_g} \frac{\partial p_{cap}}{\partial s_o} \right)_{i+1/2jk}^n \frac{s_{oi+1jk}^n - s_{o,ijk}^n}{hx_i} - \left(\xi_g k_x \frac{f_g}{\mu_g} \frac{\partial p_{cap}}{\partial s_o} \right)_{i-1/2jk}^n \frac{s_{o,ijk}^n - s_{oi-1jk}^n}{hx_{i-1}} \right) + \\
& + hx_i hz_k \left(\left(\xi_g k_y \frac{f_g}{\mu_g} \frac{\partial p_{cap}}{\partial s_o} \right)_{ij+1/2k}^n \frac{s_{oij+1k}^n - s_{o,ijk}^n}{hy_j} - \left(\xi_g k_y \frac{f_g}{\mu_g} \frac{\partial p_{cap}}{\partial s_o} \right)_{ij-1/2k}^n \frac{s_{o,ijk}^n - s_{oij-1k}^n}{hy_{j-1}} \right) + \\
& + hx_i hy_j \left(\left(\xi_g k_z \frac{f_g}{\mu_g} \frac{\partial p_{cap}}{\partial s_o} \right)_{ijk+1/2}^n \frac{s_{o,ijk+1}^n - s_{o,ijk}^n}{hz_k} - \left(\xi_g k_z \frac{f_g}{\mu_g} \frac{\partial p_{cap}}{\partial s_o} \right)_{ijk-1/2}^n \frac{s_{o,ijk}^n - s_{o,ijk-1}^n}{hz_{k-1}} \right) + \\
& + hy_j hz_k \left((D_{3x,o})_{i+1/2jk}^n \frac{\xi_{o,i+1jk}^n x_{3,oi+1jk}^n - \xi_{o,ijk}^n x_{3,o,ijk}^n}{hx_i} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - (D_{3x,o})_{i-1/2jk}^n \frac{\xi_{o,ijk}^n x_{3,o,ijk}^n - \xi_{o,i-1jk}^n x_{3,oi-1jk}^n}{hx_{i-1}} + \\
& + hx_i hz_k ((D_{3y,o})_{ij+1/2k}^n \frac{\xi_{oij+1k}^n x_{3,oij+1k}^n - \xi_{o,ijk}^n x_{3,o,ijk}^n}{hy_j} \\
& - (D_{3y,o})_{ij-1/2k}^n \frac{\xi_{o,ijk}^n x_{3,o,ijk}^n - \xi_{oij-1k}^n x_{3,oij-1k}^n}{hy_{j-1}}) + \\
& + hx_i hy_j ((D_{3z,o})_{ijk+1/2}^n \frac{\xi_{o,ijk+1}^n x_{3,o,ijk+1}^n - \xi_{o,ijk}^n x_{3,o,ijk}^n}{hz_k} \\
& - (D_{3z,o})_{ijk-1/2}^n \frac{\xi_{o,ijk}^n x_{3,o,ijk}^n - \xi_{o,ijk-1}^n x_{3,o,ijk-1}^n}{hz_{k-1}}) + \\
& + hy_j hz_k ((D_{3x,g})_{i+1/2jk}^n \frac{\xi_{g,i+1jk}^n x_{3,gi+1jk}^n - \xi_{g,ijk}^n x_{3,g,ijk}^n}{hx_i} \\
& - (D_{3x,g})_{i-1/2jk}^n \frac{\xi_{g,ijk}^n x_{3,g,ijk}^n - \xi_{g,i-1jk}^n x_{3,gi-1jk}^n}{hx_{i-1}}) + \\
& + hx_i hz_k ((D_{3y,g})_{ij+1/2k}^n \frac{\xi_{gij+1k}^n x_{3,gij+1k}^n - \xi_{g,ijk}^n x_{3,g,ijk}^n}{hy_j} \\
& - (D_{3y,g})_{ij-1/2k}^n \frac{\xi_{g,ijk}^n x_{3,g,ijk}^n - \xi_{gij-1k}^n x_{3,gij-1k}^n}{hy_{j-1}}) + \\
& + hx_i hy_j ((D_{3z,g})_{ijk+1/2}^n \frac{\xi_{g,ijk+1}^n x_{3,g,ijk+1}^n - \xi_{g,ijk}^n x_{3,g,ijk}^n}{hz_k} \\
& - (D_{3z,g})_{ijk-1/2}^n \frac{\xi_{g,ijk}^n x_{3,g,ijk}^n - \xi_{g,ijk-1}^n x_{3,g,ijk-1}^n}{hz_{k-1}}) + \\
& + \sum_{l=1}^{N_1} (Q_{3,l}^{nagn})^n \omega_{ijk}^{nagn} - \sum_{l=1}^{N_2} ((Q_{1,l}^{dob})^n + (Q_{2,l}^{dob})^n + (Q_{3,l}^{dob})^n) \omega_{ijk}^{dob},
\end{aligned}$$

По направлению z будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned}
& hx_i hy_j hz_k m_{ijk} \left(\left(\frac{\partial \zeta_o}{\partial p_o} \right)_{ijk}^n s_{o,ijk}^n + \left(\frac{\partial \zeta_g}{\partial p_g} \right)_{ijk}^n (1 - s_{o,ijk}^n) \right) \frac{p_{o,ijk}^{n+1} - p_{o,ijk}^{n+2/3}}{\tau} + \\
& + hx_i hy_j hz_k m_{ijk} s_{o,ijk}^n \left(\left(\frac{\partial \zeta_o}{\partial x_{1,o}} \right)_{ijk}^n \frac{x_{1,o,ijk}^{n+1/3} - x_{1,o,ijk}^n}{\tau} + \left(\frac{\partial \zeta_o}{\partial x_{2,o}} \right)_{ijk}^n \frac{x_{2,o,ijk}^{n+1/3} - x_{2,o,ijk}^n}{\tau} \right) + \\
& + hx_i hy_j hz_k m_{ijk} (\xi_{o,ijk}^n - \xi_{g,ijk}^n) \frac{s_{o,ijk}^{n+1/3} - s_{o,ijk}^n}{\tau} + \\
& + hx_i hy_j hz_k m_{ijk} \left(\left(\frac{\partial \zeta_g}{\partial p_g} \right)_{ijk}^n \left(\frac{\partial p_{cap}}{\partial s_o} \right)_{ijk}^n \frac{s_{o,ijk}^{n+1/3} - s_{o,ijk}^n}{\tau} + \left(\frac{\partial \zeta_g}{\partial x_{1,g}} \right)_{ijk}^n \frac{x_{1,g,ijk}^{n+1/3} - x_{1,g,ijk}^n}{\tau} + \right. \\
& \left. + \left(\frac{\partial \zeta_g}{\partial x_{2,g}} \right)_{ijk}^n \frac{x_{2,g,ijk}^{n+1/3} - x_{2,g,ijk}^n}{\tau} \right) (1 - s_{o,ijk}^n) = \\
& = hx_i hy_j \left((k_z (\xi_o \frac{f_o}{\mu_o} + \xi_g \frac{f_g}{\mu_g}))_{ijk+1/2}^{n+1} \frac{(p_{o,ijk+1}^{n+1}) - (p_{o,ijk}^{n+1})}{hz_k} - \right. \\
& \left. - (k_z (\xi_o \frac{f_o}{\mu_o} + \xi_g \frac{f_g}{\mu_g}))_{ijk-1/2}^{n+1} \frac{(p_{o,ijk}^{n+1}) - (p_{o,ijk-1}^{n+1})}{hz_{k-1}} \right) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +hy_jhz_k((\xi_gk_x \frac{f_g}{\mu_g} \frac{\partial p_{cap}}{\partial s_o})_{i+1/2jk}^n \frac{s_{oi+1jk}^n - s_{o,ijk}^n}{hx_i} - (\xi_gk_x \frac{f_g}{\mu_g} \frac{\partial p_{cap}}{\partial s_o})_{i-1/2jk}^n \frac{s_{o,ijk}^n - s_{oi-1jk}^n}{hx_{i-1}}) + \\
& +hx_iz_k((\xi_gk_y \frac{f_g}{\mu_g} \frac{\partial p_{cap}}{\partial s_o})_{ij+1/2k}^n \frac{s_{oij+1k}^n - s_{o,ijk}^n}{hy_j} - (\xi_gk_y \frac{f_g}{\mu_g} \frac{\partial p_{cap}}{\partial s_o})_{ij-1/2k}^n \frac{s_{o,ijk}^n - s_{oij-1k}^n}{hy_{j-1}}) + \\
& +hx_ihy_j((\xi_gk_z \frac{f_g}{\mu_g} \frac{\partial p_{cap}}{\partial s_o})_{ijk+1/2}^n \frac{s_{o,ijk+1}^n - s_{o,ijk}^n}{hz_k} - (\xi_gk_z \frac{f_g}{\mu_g} \frac{\partial p_{cap}}{\partial s_o})_{ijk-1/2}^n \frac{s_{o,ijk}^n - s_{o,ijk-1}^n}{hz_{k-1}}) + \\
& +hy_jhz_k((D_{3x,o})_{i+1/2jk}^n \frac{\xi_{o,i+1jk}^n x_{3,oi+1jk}^n - \xi_{o,ijk}^n x_{3,o,ijk}^n}{hx_i} \\
& - (D_{3x,o})_{i-1/2jk}^n \frac{\xi_{o,ijk}^n x_{3,o,ijk}^n - \xi_{o,i-1jk}^n x_{3,oi-1jk}^n}{hx_{i-1}}) + \\
& +hx_iz_k((D_{3y,o})_{ij+1/2k}^n \frac{\xi_{oij+1k}^n x_{3,oij+1k}^n - \xi_{o,ijk}^n x_{3,o,ijk}^n}{hy_j} \\
& - (D_{3y,o})_{ij-1/2k}^n \frac{\xi_{o,ijk}^n x_{3,o,ijk}^n - \xi_{oij-1k}^n x_{3,oij-1k}^n}{hy_{j-1}}) + \\
& +hx_ihy_j((D_{3z,o})_{ijk+1/2}^n \frac{\xi_{o,ijk+1}^n x_{3,o,ijk+1}^n - \xi_{o,ijk}^n x_{3,o,ijk}^n}{hz_k} \\
& - (D_{3z,o})_{ijk-1/2}^n \frac{\xi_{o,ijk}^n x_{3,o,ijk}^n - \xi_{o,ijk-1}^n x_{3,o,ijk-1}^n}{hz_{k-1}}) + \\
& +hy_jhz_k((D_{3x,g})_{i+1/2jk}^n \frac{\xi_{g,i+1jk}^n x_{3,gi+1jk}^n - \xi_{g,ijk}^n x_{3,g,ijk}^n}{hx_i} \\
& - (D_{3x,g})_{i-1/2jk}^n \frac{\xi_{g,ijk}^n x_{3,g,ijk}^n - \xi_{g,i-1jk}^n x_{3,gi-1jk}^n}{hx_{i-1}}) + \\
& +hx_iz_k((D_{3y,g})_{ij+1/2k}^n \frac{\xi_{gij+1k}^n x_{3,gij+1k}^n - \xi_{g,ijk}^n x_{3,g,ijk}^n}{hy_j} \\
& - (D_{3y,g})_{ij-1/2k}^n \frac{\xi_{g,ijk}^n x_{3,g,ijk}^n - \xi_{gij-1k}^n x_{3,gij-1k}^n}{hy_{j-1}}) + \\
& +hx_ihy_j((D_{3z,g})_{ijk+1/2}^n \frac{\xi_{g,ijk+1}^n x_{3,g,ijk+1}^n - \xi_{g,ijk}^n x_{3,g,ijk}^n}{hz_k} \\
& - (D_{3z,g})_{ijk-1/2}^n \frac{\xi_{g,ijk}^n x_{3,g,ijk}^n - \xi_{g,ijk-1}^n x_{3,g,ijk-1}^n}{hz_{k-1}}) + \\
& + \sum_{l=1}^{N_1} (Q_{3,l}^{nagn})^n \omega_{ijk}^{nagn} - \sum_{l=1}^{N_2} ((Q_{1,l}^{dob})^n + (Q_{2,l}^{dob})^n + (Q_{3,l}^{dob})^n) \omega_{ijk}^{dob},
\end{aligned}$$

Данные уравнения решаются последовательным применением метода прогонки. Условие устойчивости и сходимости метода выполняется.

Затем, по вычисленным давлениям, двуокиси углерода, светлым и тяжелым компонентам нефти, насыщенности воды, нефти, и их плотности находятся интегральные показатели разработки месторождения: нефтеотдача, обводненность, накопленная добыча нефти и другие показатели на задаваемый момент времени разработки.

По результатам численных расчетов предлагается методика по освоению данных нефтегазовых месторождений. Выявляются оптимальные пути, как по улучшению добычи нефти, так и по текущему темпу разработки месторождений. Приводятся практические рекомендации по рациональной разработке данных месторождений специалистам в области нефтедобычи.

Список литературы

- [1] Азиз Х., Сеттари Э. Математическое моделирование пластовых систем. - М.: Недра, 1982. - 407 с.
- [2] Mukimbekov M.Zh., Sherkeshbayeva B.K. Upon one objective for reservoir development process // Science and technology. - 2010. - В.6. - P. 8-14.