ФОРМА И ПОЛОЖЕНИЕ КВАЗИТВЕРДЫХ ЯДЕР В СЛУЧАЕ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ ШВЕДОВА-БИНГАМА В КАНАЛЕ С ВНЕЗАПНЫМ РАСШИРЕНИЕМ

К.Г. АЛЕКСЕЕВА

Томский государственный университет, Томск, Россия

e-mail: *kira27392@mail.ru*

Исследуется течение вязкопластичной жидкости в канале с внезапным расширением. Задача решается численно с помощью алгоритма SIMPLE. Продемонстрированы картины установившегося течения для ньютоновской жидкости с образованием циркуляционной области в области уступа и неньютоновской среды с застойной зоной. Проведены параметрические исследования влияния основных параметров задачи на распределения квазитвердых ядер.

Введение

Исследование течений неньютоновских жидкостей представляет большой интерес для промышленности и науки. Большинство полимеров в жидком состоянии характеризуются сложным реологическим поведением, поэтому необходимо знать особенности процесса течения при переработке. Подобные течения встречаются в технологии формования изделий из высокоэнергетических наполненных полимерных композиций на стадии транспортировки. Аналитическое решение такой задачи получить не удается ввиду сложной геометрии и нелинейности уравнений.

Течение жидкости Шведова-Бингама исследуется в [1], где решение получено с помощью метода конечных элементов. Используя приближение ползущего течения в [2] рассмотрена задача о движении неньютоновской жидкости в канале переменного сечения. Численное моделирование течения бингамовской жидкости в однозаходном экструдере проведено в [3]. Аналитические решения о течении степенной и вязкопластичной жидкости в плоской трубе были получены в [4].

В настоящей работе исследуется плоское течение вязкопластичной несжимаемой жидкости в канале с внезапным расширением. Задача решается численно с помощью алгоритма SIMPLE. Для описания реологических свойств жидкости используется двухпараметрическая модель Шведова-Бингама. Показано, что в случае стационарного течения в области уступа реализуется режим с образованием зоны квазитвердого течения. В случае ньютоновской жидкости реализуется другой режим течения, характеризующийся формированием циркуляционной зоны.

Постановка и метод решения

Рассматривается течение неньютоновской несжимаемой жидкости, описываемое уравнениями движения и неразрывности, которые в безразмерных переменных записываются в следующем виде:

$$\begin{gathered}
\mathrm{Re}\left(\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)=-\frac{\partial p}{\partial x}+B\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)+2\frac{\partial B}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial B}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right),\\
\mathrm{Re}\left(\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}\right)=-\frac{\partial p}{\partial y}+B\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)+2\frac{\partial B}{\partial y}\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial B}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right),\\
\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0,
\end{gathered} \tag{1}$$

где (u,v) – компоненты вектора скорости в декартовой системе координат (x,y), p – давление, B – эффективная вязкость. В качестве безразмерных масштабов длины, скорости, времени, давления используются величины L – ширина входного канала, U – среднерасходная скорость во входном сечении, L/U, $\mu U/L$ соответственно.

Система уравнений (1) замыкается реологическим законом Шведова-Бингама, согласно которому эффективная вязкость B является функцией второго инварианта тензора скоростей дефформаций A [5]

$$B=\frac{\mathrm{Se}+A}{A},$$
$$A=\sqrt{2\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+2\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2} \quad (2)$$

В постановку задачи вошли два безразмерных критерия подобия число Рейнольдса $\mathrm{Re}=\rho UL/\mu$ и безразмерный параметр вязкопластичности $\mathrm{Se}=\tau_0 L/(\mu U)$, где ρ – плотность жидкости, μ – константа реологического закона, τ_0 – предел текучести.

В начальный момент времени канал полностью заполнен (рис.1). Жидкость подается в канал через входное сечение Γ_2, при этом реализуется течение, характерным для реологически сложной жидкости в плоском бесконечном канале при заданном расходе. Аналогичные условия задаются в выходном сечении Γ_3. При этом входная и выходная границы находятся на достаточном удалении от уступа, чтобы избежать влияния последних на характер течения в окрестности Γ_2 и Γ_3. В силу симметрии задачи выделяется плоскость симметрии Γ_4 с привлечением на ней условий симметрии.

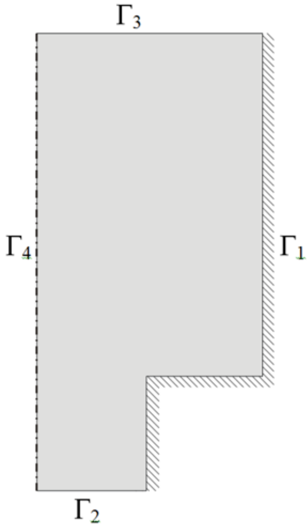


Рис. 1. Область течения

Для решение задачи используется конечно-разностная методика, основанная на алгоритме SIMPLE [6]. Расчетная область покрывается разнесенной сеткой. На каждом шаге по времени организуется итерационный процесс, каждая итерация которого состоит из двух стадий. На первой рассчитывается поле скорости в расчетных узлах разнесенной сетки с привлечением поля скорости с предыдущего шага по времени и поля давления с предыдущей итерации. На второй стадии вводятся поправки скорости и давления для выполнения уравнения неразрывности. Эта последовательность действий выполняется до сходимости поля скорости. Поле эффективной вязкости *B* вычисляется по значениям скоростей с предыдущего шага по времени. При этом для расчета скорости используются экспоненциальная схема.

В областях малых скоростей деформаций значение эффективной вязкости *B* резко возрастает. Для обеспечения устойчивого сквозного расчета исследуются следующие модифицированные модели [7]:

$$B=\frac{\mathrm{Se}+\left(A+\lambda\right)}{\left(A+\lambda\right)}, \quad (3)$$

$$B=\frac{\mathrm{Se}+\sqrt{A^2+\lambda^2}}{\sqrt{A^2+\lambda^2}}, \quad (4)$$

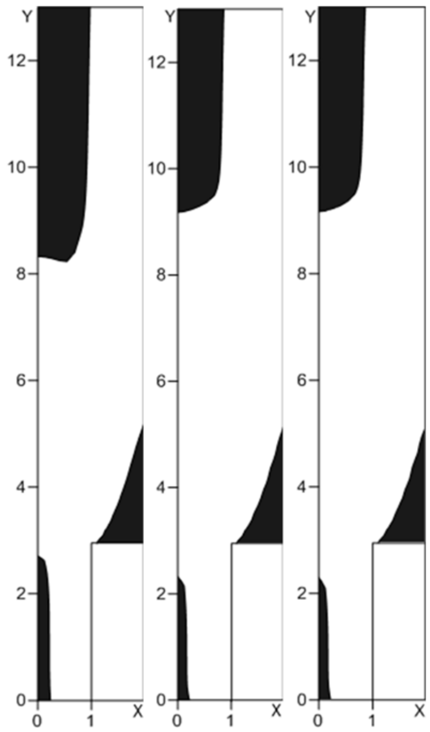
$$B=\frac{\mathrm{Se}\left(1-\exp\left(-\frac{A}{\lambda}\right)\right)}{A}, \quad (5)$$

где (3) – простая модель, (4) – модель Беркаве – Энглемена, (5) – модель Папанастасиоу. Предлагаемая модификация, допуская предельный переход при $\lambda \to 0$, стремится к модели Шведова-Бингама, обеспечивает возможность сквозного расчета течений с наличием квазитвердых ядер или застойных зон. Выбирая величину λ заведомо большей ошибок аппроксимации, но достаточно малой для того, чтобы не исказить характер течения, можно сгладить профили эффективной вязкости в зонах квазитвердого течения и, в то же время, получить решение, близкое к решениям с использованием исходной модели.

В результате проверки аппроксимационной сходимости и оценки точности расчетов была выбрана сетка с шагом 1/20. Для проверки достоверности результатов проведено сравнения размеров циркуляционных зон в случае течения ньютоновской жидкости с данными из работы [8].

Результаты расчетов

Расчеты показали, что при течении неньютоновской жидкости в канале с внезапным расширением с заданным постоянным расходом во входном сечении реализуется установившейся режим. На рис. 2 представлены картины течения бингамовской жидкости с использованием модифицированных моделей. Модель Папанстасиоу (5) дает лучшую сходимость и ширина квазитвердых ядер лучше согласуется с аналитическим решением по сравнению с моделями (3) и (4).

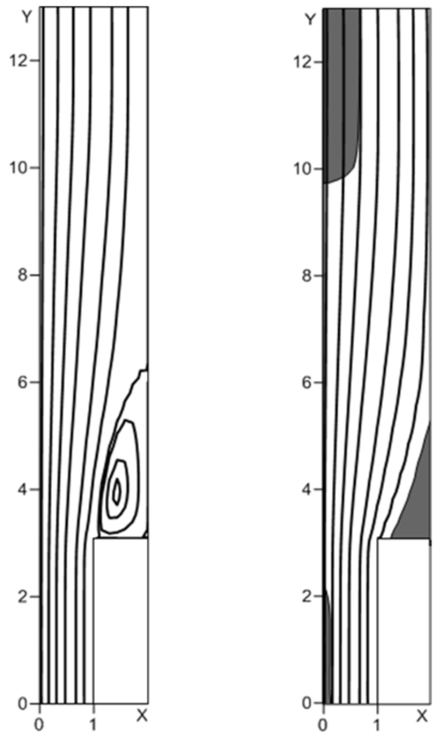


(а) (б) (в)

Рис. 2. Течение бингамовской жидкости (Re=25, Se=1, а – Простая модель, б – модель Беркаве-Энглемена, в – Модель Папанастасиоу)

На рис. 3 представлены картины течения в случае ньютоновского (Se=0) и неньютоновского (Se=0.5) поведений жидкости. Для первого характерно образование циркуляционной зоны в области уступа, а в окрестностях входной и выходной границ реализуется одномерное течения, с профилем скорости соответствующим течению в полубесконечном канале.

Для жидкости Шведова-Бингама характерным является образование квазитвердых ядер в областях малых скоростей деформаций. В качестве условия выделения зон квазитвердого движения используется неравенство BA<Se, которое является безразмерным аналогом условия выделения областей течения с уровнем напряжений меньшим предела текучести. Из рис.2 (б) видно что ядра образуются в окрестностях границ Γ_2 и Γ_3. В области уступа так же образуется зона квазитвердого движения, которую можно назвать «застойной», так как движения жидкости в ней не происходит. При этом кинематическая картина имеет аналогичный характер, в окрестности входа и выхода реализуется одномерное течение, а в области уступа формируется переходный участок.

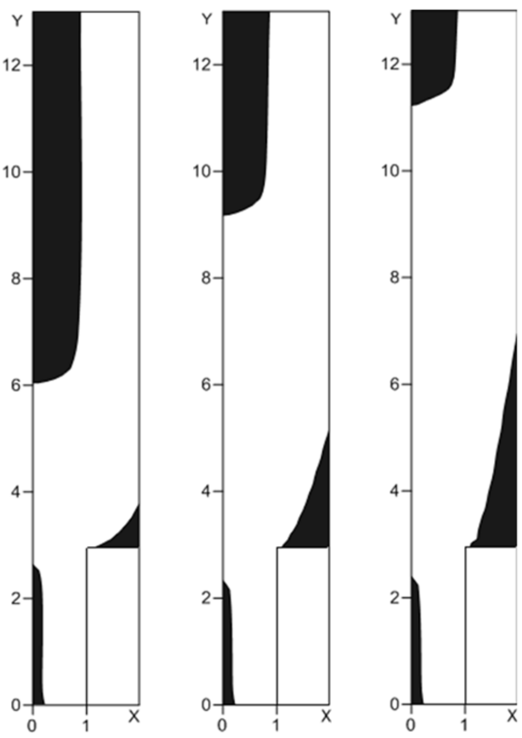


(а) (б)

Рис. 3. Распределение линий тока (Re=25, а - Se=0, б - Se=0.5)

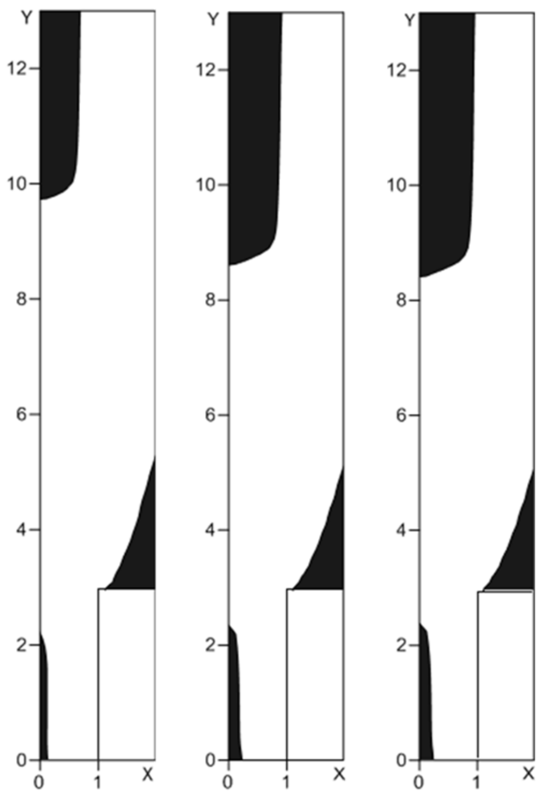
Результаты расчетов, представленные на рис. 4, иллюстрируют влияние числа Рейнольдса Re на форму и положение квазитвердых ядер. Увеличение Re, при прочих равных условиях, можно трактовать как увеличение конвективных сил относительно вязких, что приводит к вытягиванию вдоль потока застойной зоны и увеличению зоны двумерного течения после уступа. При этом поперечные размеры ядер существенно не меняются.

Влияния параметра вязкопластичности Se на картину течения показано на рис. 5. Видно, что увеличение Se приводит к увеличению поперечных размеров ядер в областях одномерного течения. Размеры застойной области практически не меняются при изменении Se в указанном диапазоне.



(а) (б) (в)

Рис. 4. Структура течения (Se=0.8, а - Re=1, б - Re=25, в - Re=50)



(а) (б) (в)

Рис. 5. Структура течения (Re=25, а - Se=0.5, б - Se=1, в - Se=1.5)

Заключение

В представленной работе разработана и отлажена численная методика расчета течений неньютоновской жидкости с учетом формирования квазитвертых ядер. Проведено исследование задачи о течении жидкости Шведова-Бингама в канале с внезапным расширением. Показано влияние основных параметров процесса течения на картину установившегося течения.

Работа выполнена при поддержке Гранта президента (МК-2100.2012.1) и в рамках реализации ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России" на 2009–2013 гг.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Soto H.P., Martins-Costa M.L., Fonseca C., Frey S. A numerical investigation of inertia flows of Bingham-Papanastasiou fluids by an extra stress-pressure-velocity galerkin least-squares method. // J. Braz. Soc. Mech. Sci. & Eng. 2010. V.32. – P. 450-460.
2. Joshi S.C., Lam Y.C., Boey F.Y.C., Tok A.I.Y. Power law fluids and Bingham plastic flow models for ceramic tape casting // Journal of Materials Processing Technology. 2002. V.120. – P. 215-225.
3. Bohme G., Broszeit J. Numerical flow simulation for Bingham plastics in a single-screw extruder // Theoretical and Computational Fluid Dynamics. 1997. V.9. – P. 65-74.
4. Frigaarda I.A., Ryanb D.P. Flow of a visco-plastic fluid in a channel of slowly varying width // J. Non-Newtonian Fluid Mech. 2005. V.123. – P. 67–83
5. Смольный Б.М., Шульман З.П., Гориславец В.М. Реодинамика и теплообмен нелинейно-вязкопластичных материалов. – Минск: Наука и техника, 1970. 448с.
6. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и механики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984. 152с.
7. Frigaard I.A., Nouar C. On the usage of viscosity regularization methods for visco-plastic fluid flow computation. // J. Non-Newtonian Fluid Mech. 2005. Vol. 127. P. 1-26.
8. Drikakis D. Bifurcation phenomena in incompressible sudden expansion flows // Phys. Fluids. – 1997. – №9. – P.76-87.