

# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КАВИТАЦИОННЫХ ТЕЧЕНИЙ В ГИДРОТУРБИНЕ В РЕЖИМАХ ЧАСТИЧНОЙ И ПОЛНОЙ ЗАГРУЗКИ

Панов Л.В., Чирков Д.В.

E-mail: [leonid.v.panov@gmail.com](mailto:leonid.v.panov@gmail.com)

В работе изложен численный метод моделирования нестационарных кавитационных течений в гидротурбине, который основан на решении уравнений гибридной 1D-3D модели течения вязкой жидкости. В области турбины решаются 3D уравнения турбулентного движения квазигомогенной изотермической сжимаемой смеси, состоящей из жидкости и пара. В области водовода решается 1D уравнение гидроакустики. Кавитация описывается уравнением переноса жидкой фазы с источником членом, отвечающим за парообразование и конденсацию. Метод применён для расчёта течения в радиально-осевой гидротурбине в режимах частичной и полной загрузки. В режиме частичной загрузки образовался прецессирующий вихревой жгут и показано совпадение частот колебаний давления с экспериментом. В режиме полной загрузки образовалась пульсирующая кавитационная полость - это качественно согласуется с экспериментом.

## Введение

Кавитация имеет место при работе многих гидравлических устройств и вызывает шумы, вибрации, эрозию обтекаемых поверхностей, снижение мощности. В гидравлических турбинах кавитация наблюдается на многих режимах работы и очень интенсивна в режимах далёких от оптимального. К таким режимам работы относятся режимы частичной загрузки – малое открытие лопаток направляющего аппарата; и полной загрузки – большое или максимальное открытие лопаток. Режим частичной загрузки характеризуется образованием вихревого жгута в конусе отсасывающей трубы и хорошо моделируется в рамках URANS уравнений несжимаемой жидкости [1], однако по природе ядро жгута состоит из пара, поэтому необходимо учитывать в уравнениях динамику пара. Режим полной загрузки характеризуется образованием кавитационной полости в конусе отсасывающей трубы, объём которой существенно пульсирует во времени. Полную загрузку не удаётся описать в рамках модели несжимаемой жидкости.

Современный подход для исследования динамики в гидравлических контурах базируется на 1D уравнении гидроакустики [2,3,4,5], а в случае гидротурбины её элементы представляются в одномерном виде. Для моделирования кавитации в такой турбине вводят два параметра кавитационное соответствие  $C = -\partial V_c / \partial H$  и коэффициент усиления по расходу  $\chi = -\partial V_c / \partial Q$  [3], где  $V_c$  – объём паровой каверны,  $H$  – напор,  $Q$  - расход. Эти параметры берутся из эксперимента или определяются из стационарного кавитационного расчёта [3,4]. Минусами такого подхода являются – недостоверное определение коэффициента усиления по расходу, зависимость этих двух параметров от точки измерения, отсутствие полной трёхмерной картины течения.

В данной работе изложен оригинальный 1D-3D численный метод, который является логичным следствием работ [7,6,1]. Метод основанный на решении 1D уравнения гидроакустики в области водовода, 3D уравнений кавитационного турбулентного течения квазигомогенной сжимаемой смеси, состоящей из жидкости и пара, в области направляющего аппарата, рабочего колеса и трубы. Кавитация в турбине описывается уравнение переноса объёмной доли жидкости с источником членом, отвечающим за парообразование и конденсацию [8,9]. На входе в водовод и на выходе из отсасывающей трубы задаются полные энергии потока [6], что является принципиальным в течениях с кавитацией.

В работе проведено моделирование режима частичной загрузки, при котором образовался вихревой жгут, заполненный паром. При сопоставлении с экспериментом оказалось, что частоты колебаний локального давления совпадают с экспериментом, однако амплитуды колебаний

давления в 1.5 раза ниже чем в эксперименте. Обнаружено также, что при сгущении сетки амплитуда колебаний давления приближается к экспериментальной.

В работе впервые проведено трёхмерное моделирование режима полной загрузки, при котором образовалась сильно пульсирующая кавитационная полость в отсасывающей трубе. Объем этой полости существенно меняется при пульсациях – от больших размеров до почти нуля. Кроме того наблюдаются сильные колебания локального давления во всём проточном тракте, которые в трубе достигают 10% от напора. Аналогичные пульсации объёма полости и колебания давления наблюдаются в экспериментах на режимах полной загрузки. Полученный в расчёте период колебания близок к экспериментальному; амплитуда колебаний также очень близка. Более детальное сравнение с экспериментом проводится в настоящее время.

### Основные уравнения

Для моделирования течения невязкой несжимаемой жидкости в водоводе используется одномерное уравнение гидроакустики

$$\begin{cases} \frac{\partial m}{\partial t} + \frac{a^2}{gS_p} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial t} + gS_p \frac{\partial m}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

где  $S_p$  – площадь сечения водовода,  $m = p/(\rho_L g) - z$  – пьезометрический напор,  $Q$  – расход,  $a$  – скорость распространения волны удара,  $\rho_L$  – плотность жидкости. Потерями на трение и вязкостью в области водовода пренебрегаем.

Для моделирования турбулентного кавитационного течения в проточном тракте гидротурбины используется квазигомогенная изотермическая модель движения сжимаемой смеси «жидкость–пар», в которой предполагается, что скорости жидкой и паровой фаз совпадают, а распределение объёмной доли жидкой фазы  $\alpha_L$  может быть описано уравнением переноса с источниковыми членами, отвечающими за парообразование и конденсацию:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{v} \otimes \mathbf{v}) + \nabla \hat{p} = \text{div}(\boldsymbol{\tau}) + \rho \mathbf{f}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \alpha_L}{\partial t} + \text{div}(\alpha_L \mathbf{v}) = \frac{1}{\rho_L} (m^+ + m^-). \quad (4)$$

Здесь  $\rho$  – плотность смеси, [кг/м<sup>3</sup>];  $\mathbf{v}$  – скорость, [м/с];  $t$  – время, [с];  $\hat{p} = p + \frac{2}{3} \rho k$ ,  $p$  – давление, [Па];  $k$  – кинетическая энергия турбулентных пульсаций, [м<sup>2</sup>/с<sup>2</sup>]. При расчёте течения во вращающейся системе координат вектор массовых сил  $\mathbf{f}$ , помимо силы тяжести, включает центробежную и кориолисову силы:  $\mathbf{f} = (x_1 \omega^2 + 2u_2 \omega, x_2 \omega^2 - 2u_1 \omega, g)$ , где  $\omega$  – угловая скорость вращения РК. В (2)-(4) плотность смеси «жидкость–пар» рассчитывается по формуле

$$\rho = \alpha_L \rho_L + (1 - \alpha_L) \rho_V$$

где  $\rho_L$  – плотность жидкости,  $\rho_V$  – плотность пара.

Динамика объёмной доли жидкой фазы описывается уравнением переноса (4) с источниковыми членами, отвечающими за конденсацию пара ( $m^+$ ) и испарение ( $m^-$ ).

В данных расчётах используется модель кавитации Сингхала 1997 [8]

$$m^+ = \frac{C_{prod} \max[p - p_V, 0](1 - \alpha_L) \rho_L}{t_\infty (\rho_L U_\infty^2 / 2)}, m^- = \frac{C_{dest} \min[0, p - p_V] \rho_L^2 \alpha_L}{\rho_V t_\infty (\rho_L U_\infty^2 / 2)}, C_{prod} = 80, C_{dest} = 1$$

и модель ZGB [9]

$$m^+ = C_{prod} \alpha_V \rho_V \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p - p_V}{\rho_L}}, p > p_V, m^- = C_{dest} (1 - \alpha_V) \rho_V \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p_V - p}{\rho_L}}, p < p_V, C_{prod} = 3 \cdot 10^4, C_{dest} = 7.5 \cdot 10^4.$$

### Численный метод

Для решения уравнения (1) применяется неявный метод конечных разностей.

Для решения системы (2)-(4) применяется неявный метод искусственной сжимаемости, основанный на работах [7,6,10]. Система (2)-(4) переписывается в виде

$$\mathbf{P}^{-1} \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \tau} + \mathbf{R}' \frac{\partial \bar{\mathbf{Q}}}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial (\mathbf{F}^{in} + \mathbf{F}^{vis})_i}{\partial x_i} = \mathbf{H}, \quad (7)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \hat{p} \\ u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \alpha_L \end{pmatrix}, \bar{\mathbf{Q}} = \begin{pmatrix} \hat{p} \\ \rho u_1 \\ \rho u_2 \\ \rho u_3 \\ \alpha_L \end{pmatrix}, \mathbf{P}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\rho} & & & & \\ & \rho & & & \\ & & \rho & & \\ & & & \rho & \\ \frac{\alpha_L}{\rho \beta} & & & & 1 \end{pmatrix}, \mathbf{H} = \begin{pmatrix} \beta \left( \frac{1}{\rho_L} - \frac{1}{\rho_V} \right) (m^+ + m^-) \\ \rho f_1 \\ \rho f_2 \\ \rho f_3 \\ \frac{1}{\rho_L} (m^+ + m^-) \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{R}' = \text{diag}(0, 1, 1, 1, 1).$$

Для численного интегрирования системы (7) применяется неявный метод конечных объемов, затем система линеаризуется (LU-линеаризация) и разрешается. На каждом шаге по физическому времени  $t$  проводятся итерации по псевдовремени  $\tau$ . Невязкие потоки  $F^{in}$  аппроксимируются по MUSCLE схеме третьего порядка [10]. Используется явно-неявная аппроксимация источника  $H$  [10].

В данной работе применялись две различные постановки граничных условий. Первая (классическая для течений в гидротурбинах) – на входе в направляющий аппарат задан расход, на выходе из трубы – давление. Вторая (из работы [6]) – на входе в водовод и на выходе из трубы задана полная энергия потока.

### Моделирование течения в режиме частичной загрузки

Было проведено моделирование режима частичной загрузки для радиально-осевой гидротурбины большой быстроходности  $n_s = 240$ ,  $n_s = 3,65 n'_s \sqrt{Q'_1 \cdot \eta}$ . Параметры расчётов в таблице

Расчётная область	направляющий аппарат, рабочее колесо, труба
Диаметр рабочего колеса	0.46 м
Напор	24.6 м
Граничные условия	фиксирован расход, $Q=0.6245 \text{ м}^3/\text{с}$
Модель турбулентности	кε Кима-Чена

Модель кавитации	Сингхала 1997
Шаг по времени	$T_{PK}/96$ , где $T_{PK}$ – период оборота рабочего колеса
Число CFL	5.0

Важно отметить, что для того чтобы в расчёте образовались колебания давления пришлось понизить давление в проточном тракте на 3 метра относительно заданного в эксперименте. Возможные причины – неподходящая модель турбулентности для описания динамики кавитационного вихря, модель кавитации не учитывает наличие нерастворённого газа в потоке, циклическая постановка. Колебание давления и частотный спектр отражены на рисунке 1.

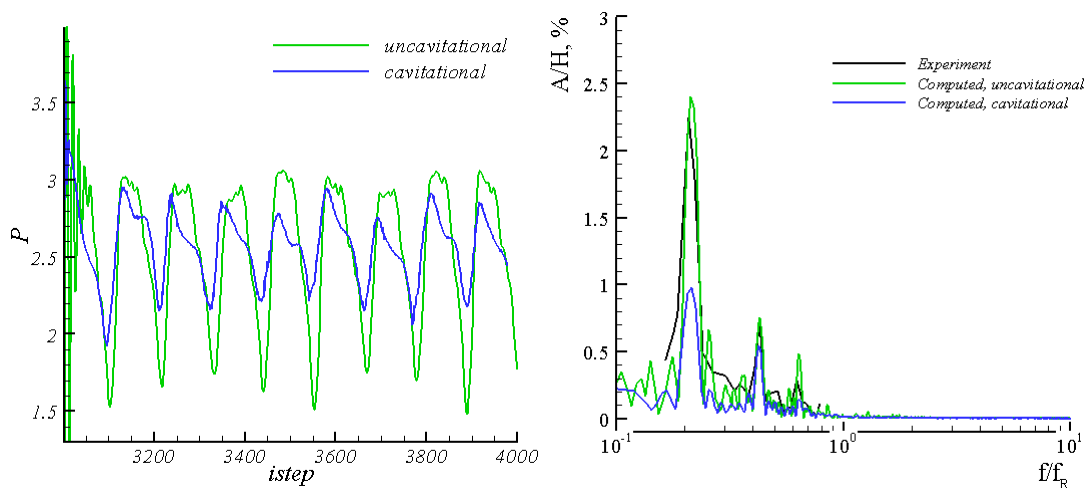


Рис. 1. Колебания давления в точке на стенке конуса отсасывающей трубы и частотный спектр.

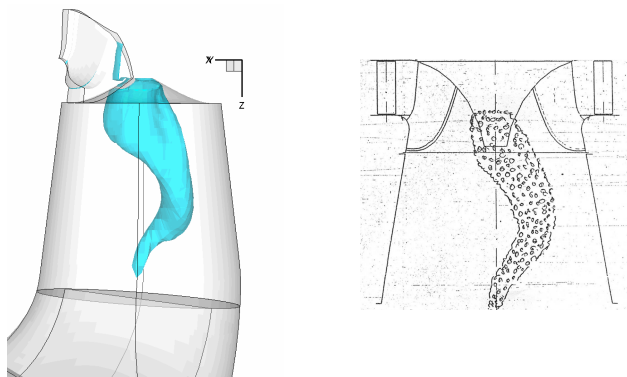


Рис.2. Слева – кавитационный вихрь визуализирован изоповерхностью  $\alpha_L=0.5$ , слева – зарисовка эксперимента.

### Моделирование течения в режиме полной загрузки

Моделировалось течение в натурной гидротурбине Саянской ГЭС. Параметры расчётов

Расчётная область	Водовод, направляющий аппарат, рабочее колесо, труба
Диаметр рабочего колеса	6.77 м
Напор	215.7 м
Граничные условия	Фиксирована полная энергия
Модель турбулентности	kε Кима-Чена
Модель кавитации	ZGB

Шаг по времени	$T_{PK}/96$ , где $T_{PK}$ – период оборота рабочего колеса
Число CFL	5.0
Длина водовода	238 м
Диаметр водовода	7.5 м
Скорость распространения упругой волны удара,	1200 м/с

В данных расчётах также пришлось понизить давление в проточном тракте на 2.5 метра, поскольку иначе не образовывалась кавитация в конусе трубы. Результаты моделирования при  $\sigma=0.08$  на след. рисунках.

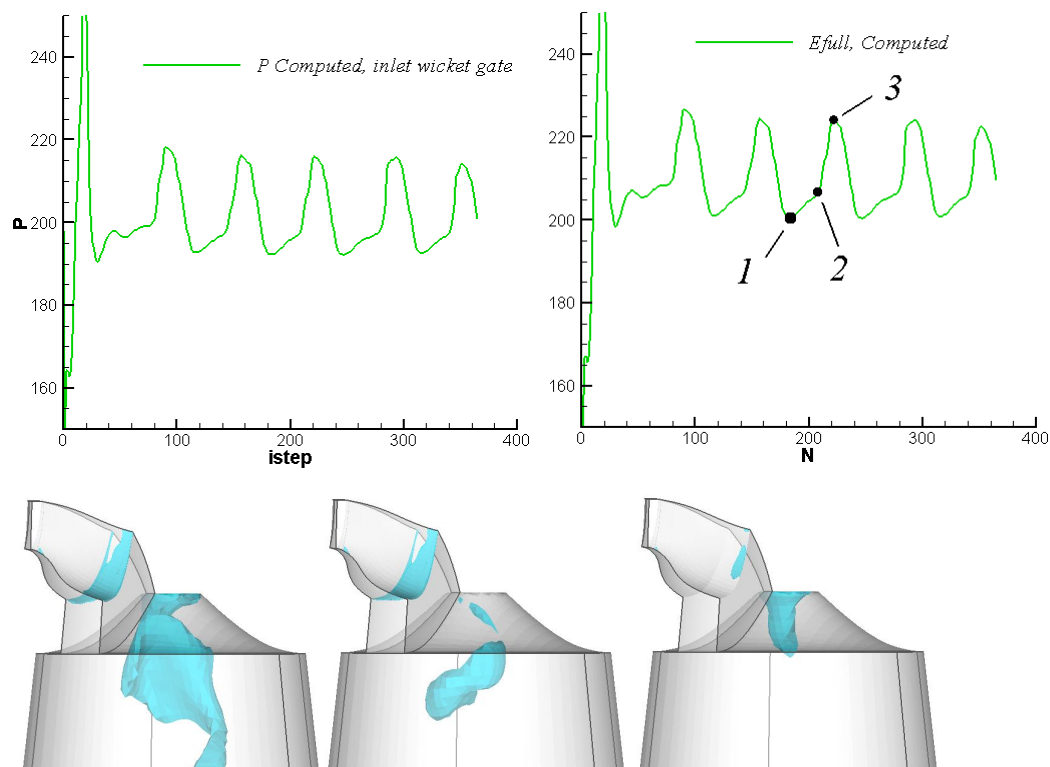


Рис. 3. Колебание давления на входе в направляющий аппарат, колебание полной энергии потока, кавитационные каверны в колесе и трубе в трёх различных точках одного периода (каверны визуализированы изоповерхностью  $\alpha_L=0.5$ ).

	Период колебаний давления	Амплитуда колебаний давления в точке на входе в аппарат
Эксперимент	0.84 с	24 м
Расчёт	1.155 с	23.7 м

Также исследовано влияние плотности пара и величины  $\sigma$ . Оказалось, что уменьшение  $\rho_V$  ниже 10 не влияет на результаты, но при большом  $\rho_V$  ( $\rho_V=100$ ) колебания быстро затухают. Увеличение  $\sigma$  до значения из эксперимента  $\sigma=0.0922$  приводит к тому что колебания пропадают.

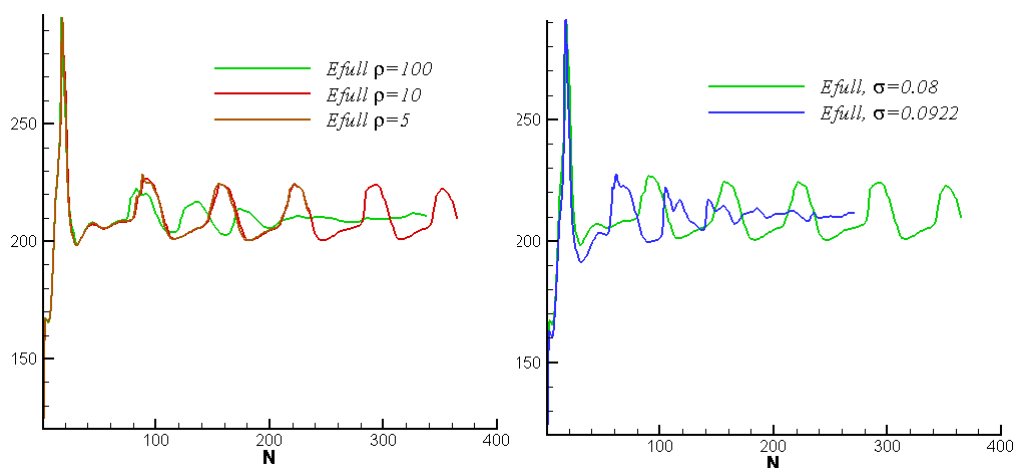


Рис.4. Слева – влияние  $\rho_v$ , справа – влияние  $\sigma$ .

## Выводы

Таким образом в работе изложены основные аспекты численного метода моделирования нестационарных кавитации течений в гидротурбине. Метод применён для расчёта двух режимов работы гидротурбины – режима частичной загрузки и полной загрузки. В режиме частичной загрузки образовался кавитационный вихревой жгут, частотный спектр хорошо согласуется с экспериментальным, однако амплитуда колебаний давления в 2 раза ниже экспериментальной. Впервые проведено трёхмерное моделирование режима полной загрузки, в котором также как в эксперименте, образовались сильные колебания давления ( $\approx 10\%$  напора), амплитуда колебаний хорошо согласуется с экспериментом, рассчитанный период колебаний оказался на несколько больше (на 24%).

## Литература

- [1] Cherny S, Chirkov D, Bannikov D, Lapin V, Skorospelov V, Eshkunova I and Avdushenko A 2010 3D numerical simulation of transient processes in hydraulic turbines *IAHR Symp. on Hydraulic Machinery and Systems* (Timisoara, Romania)
- [2] Doerfler P 1982 System dynamics of the Francis turbine half load surge *IAHR Symp. on Hydraulic Machinery and Systems* (Amsterdam, Netherlands)
- [3] Koutnik J, Nicolet C, Schohl G A and Avellan F 2006 Overload surge event in a pumped storage power plant *IAHR Symp. on Hydraulic Machinery and Systems* (Yokohama, Japan).
- [4] Flemming F, Foust J, Koutnik J and Fisher R K 2008 Overload surge investigation using CFD data *IAHR Symp. on Hydraulic Machinery and Systems* (Foz do Iguassu, Brazil)
- [5] Alligne S, Nicolet C, Allenbach P, Kawkabani B, Simond J J and Avellan F 2008 Influence of the vortex rope location of a Francis Turbine on the hydraulic system stability *IAHR Symp. on Hydraulic Machinery and Systems* (Foz do Iguassu, Brazil)
- [6] Панов Л.В., Чирков Д.В., Чёрный С.Г., Пылёв И.М., Сотников А.А. 2012 Численное моделирование стационарных кавитационных течений вязкой жидкости в гидротурбине Френсиса, *Теплофизика и аэромеханика*, том 19, № 4, с. 461-473
- [7] Черный С.Г., Чирков Д.В., Лапин В.Н., Скорospelов В.А., Шаров С.В. Численное моделирование течений в турбомашинах. Новосибирск: Наука, 2006. 206 с.

[8] **Singhal A K, Vaidya N and Leonard A D** 1997 Multi-dimensional simulation of cavitating flows using a PDF model for phase change *ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting*, ASME Paper FEDSM97-3272

[9] **Zwart P.J., Gerber A.G., Belamri T.** A Two-Phase Flow Model for Predicting Cavitation Dynamics *ICMF 2004 International Conference on Multiphase Flow* Yokohama, Japan, May 30-June 3, 2004. Paper No.152

[10] **Панов Л.В., Чирков Д.В., Черный С.Г.** Численные алгоритмы моделирования кавитационных течений вязкой жидкости // *Вычислительные технологии*. 2011. Т. 16, № 4. С. 96–113.