ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ ФИЛЬТРАЦИИ БУРОВОГО РАСТВОРА С ВЫТЕСНЕНИЕМ ПОРОВОЙ ЖИДКОСТИ В ЗАДАЧЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ СРЕДЫ

А.С. Астракова, В.Н. Лапин, С.Г.Черный
Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск, Россия
e-mail: anna.astrakova@gmail.com

Строится модель фильтрации бурового раствора в трещиновато-пористую среду с вытеснением поровой жидкости. Для её решения предлагается оригинальный численный алгоритм, основанный на неявной конечно-разностной схеме. Обратная задача нахождения параметров трещиновато-пористой среды формулируется в виде оптимизационной задачи. Предлагаются два метода её решения: золотого сечения и, базирующийся на генетическом алгоритме. Представлены результаты решения обратной задачи для различных групп варьируемых параметров.
Ключевые слова: фильтрация, вытеснение нефти буровым раствором, трещиновато-пористая среда, генетический алгоритм.

Введение

Процесс бурения скважины в породе сопровождается фильтрационными потерями бурового раствора. Для их устранения применяется технология закупоривания систем трещин в породе возле скважины. Целью настоящей работы является разработка методики определения параметров породы, имеющей структуру специального вида - трещиновато-пористую. К ним относятся известняки, песчаники, алевролиты, доломиты.

В основу предлагаемой методики положена модель плоскорадиальной фильтрации бурового раствора в трещиновато-пористую среду с вытеснением поровой жидкости. При этом буровой раствор представляется вязкопластической жидкостью, а поровая жидкость - ньютоновской. Уравнения пьезопроводности и Дарси, образующие модели фильтрации обеих жидкостей, имеют одинаковую структуру и отличаются только значениями входящих в них коэффициентов проницаемости, пористости, сжимаемости. Поэтому процесс вытеснения буровым раствором поровой жидкости моделируется сквозным решением уравнений во всей области от скважины до удаленной на достаточное расстояние в область поровой жидкости границы с переключением значений коэффициентов уравнений на границе раздела жидкостей. Краевыми условиями для уравнений пьезопроводности являются давления в скважине и на удалении от нее в поровой жидкости. Движение границы раздела жидкостей описывается отдельным уравнением. Ввиду разрывности коэффициентов в работе строится оригинальная неявная консервативная конечно-разностная схема на основе дивергентной формы записи уравнения пьезопроводности. Решением этой прямой задачи являются скорости фильтрации бурового раствора по трещиноватым и пористым блокам, по которым находится расход потерь бурового раствора.

Из проводимых при бурении замеров известны временны́е зависимости давления в скважине и расхода потерь бурового раствора. Это позволяет поставить обратную задачу определения параметров трещиновато-пористой среды, сформулировав её в виде оптимизационной задачи. В ней на наборе параметров трещиновато-пористой среды минимизируется функционал отклонения между замеренной и рассчитанной по модели фильтрации бурового раствора зависимостями потерь бурового раствора. Замеренная временна́я зависимость давления в скважине используется в качестве краевых условий для уравнений пьезопроводности модели фильтрации. Другими словами, суть методики заключается в подборе параметров трещиновато-пористой среды, которые обеспечат при решении прямой задачи фильтрации максимальное совпадение рассчитанной и замеренной временны́х зависимостей потерь бурового раствора. Подобранные параметры и являются решением обратной задачи фильтрации.

1. Модель радиальной фильтрации бурового раствора в трещиновато-пористую среду с вытеснением поровой жидкости

1.1. Общие допущения

Фильтрация жидкости в трещиновато-пористой среде описывается в рамках модели плоскорадиальной фильтрации [1]. Жидкость фильтруется в радиальном направлении от скважины. Все параметры процесса зависят только от одной координаты - расстояния до скважины. Предполагается, что проницаемости пористой среды и системы трещин по отдельности постоянны и равны $k_{\text{п}}$ и $k_{\text{т}}$ соответственно. Порода считается слабосжимаемой, т.е. пористости породы $m_{\text{п}}$ и системы трещин $m_{\text{т}}$ линейно зависят от давления насыщающей жидкости p. Буровой раствор полагается вязкопластической жидкостью, в которой касательное напряжение τ представляется в виде

$$\tau = \tau_0 + K\left(\frac{dw}{dy}\right)^n. \tag{1}$$

где τ_0 – предел пластической деформации жидкости; $\frac{dw}{dy}$ – градиент скорости, перпендикулярный направлению течения; K – коэффициент динамической вязкости, а n – степенной показатель в жидкости, подчиняющейся степенному закону. Поровая жидкость полагается ньютоновской жидкостью, в которой выражение для касательного напряжения τ является частным случаем с $\tau_0 = 0,\ n = 1$. Считается, что раствор вытесняет поровую жидкость, не смешиваясь с ней. Поэтому существует граница раздела жидкостей $r = R_b(t)$. Кроме того, буровой раствор считается слабосжимаемым, т.е. его плотность $\rho_{\text{р}}$ линейно зависит от давления

$$\rho_{\text{р}} = \rho_{0\text{р}}(1 + \beta_{\text{р}}(p - p_{0\text{р}})),$$

где $\rho_{0\text{р}}$ – плотность раствора при давлении $p_{0\text{р}}$, $\beta_{\text{р}}$ – коэффициент сжимаемости раствора.

Давление и скорость жидкости в пористой части обозначим через $p_{\text{п}}$ и $w_{\text{п}}$, а в трещиноватой части – $p_{\text{т}}$ и $w_{\text{т}}$. Из-за разницы давлений в трещинах и пористой части возникает переток жидкости из одной среды в другую. Величина перетока определяется коэффициентом перетока a_0.

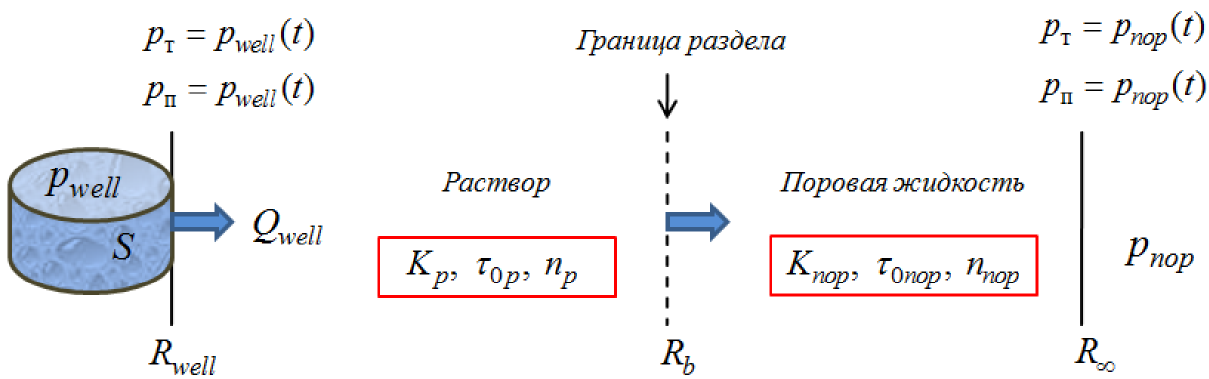

Рис. 1. Схема вытеснения поровой жидкости буровым раствором и краевые условия для уравнений пьезопроводности.

1.2. Уравнения пьезопроводности и законы Дарси модели фильтрации вязкопластической жидкости в трещиновато-пористую среду

Распространения давлений в каждой из составляющих среды описываются уравнениями пьезопропродности:

$$\frac{\partial p_{п}}{\partial t} - \frac{1}{\beta^*_{п} r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{rk_{п}}{K}\left(\frac{\partial p_{п}}{\partial r}+\tau_{п}\right)^{1/n}\right) + \frac{a_0}{K\beta^*_{п}}\left(p_{п}-p_{т}\right) = 0, \tag{2}$$

$$\frac{\partial p_{т}}{\partial t} - \frac{1}{\beta^*_{т} r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{rk_{т}}{K}\left(\frac{\partial p_{т}}{\partial r}+\tau_{т}\right)^{1/n}\right) - \frac{a_0}{K\beta^*_{т}}\left(p_{п}-p_{т}\right) = 0, \tag{3}$$

где

$\beta^*_{т} = m_{0т}\left(\beta_{т}+\beta_{р}\right),\ \beta^*_{п} = m_{0п}\left(\beta_{п}+\beta_{р}\right),\ \tau_i = \tau_0 \frac{1}{K}^{\frac{1-n}{1+n}} \cdot \frac{1}{2}^{\frac{1}{1+n}} \cdot \frac{(4n+2)^{\frac{1}{1+n}} n^{\frac{n}{1+n}}}{n+1} \cdot \left(\frac{m_i}{k_i}\right)^{\frac{n}{1+n}},\ i = п, т.$

Законы Дарси для скоростей фильтрации имеют вид

$$w_i = -\frac{k_i}{K}\left[\frac{\partial p_i}{\partial r}+\tau_i\right]^{1/n} \tag{4}$$

1.3. Моделирование вытеснения раствором поровой жидкости

Модель учитывает различия в реологических параметрах бурового раствора и поровой жидкости. Считается, что раствор вытесняет поровую жидкость, не смешиваясь с ней (рис. 1). Поэтому существует граница раздела сред $r = R_b(t)$. В области между скважиной и границей находится буровой раствор, за границей – поровая жидкость. Фильтрация обеих жидкостей описывается одними и теми же уравнениями. Учет среды производится путем переключения параметров $K,\ n,\ \tau_0$ в (2)–(4):

$$K, n, \tau_0 = \begin{cases} K_{р},\ n_{р},\ \tau_{0р}, & R_w \le r \le R_b, \\ K_{пор},\ n_{пор},\ \tau_{0пор}, & R_b < r. \end{cases}$$

Положение границы описывается задачей Коши

$$\frac{dR_b}{dt} = u(R_b, t), u = w_{т}/m_{0т},\ R_b|_{t=0} = R_{well} \tag{5}$$

Расход потерь бурового раствора из скважины Q_{well} вычисляется по формуле

$$Q_{well} = (w_{\text{п}} + w_{\text{т}})S,$$

где $S = 2\pi R_{well}$ – площадь кольца единичной высоты на поверхности скважины.

2. Схема численного метода решения прямой задачи

2.1. Обобщенная запись уравнений пьезопроводности

Каждое из уравнений (2)–(3) может быть записано в следующем общем виде:

$$\frac{\partial p}{\partial t} - D\frac{\partial}{\partial r}\left[Z\left(\frac{\partial p}{\partial r} + \tau\right)^{1/n}\right] + bp - bp^* = 0, \tag{6}$$

где $p,\ D,\ Z,\ \tau,\ b$ и p^* приведены в табл. 1.

Таблица 1

Уравнение	p	D	Z	τ	b	$p*$
(2)	$p_{\text{п}}$	$\frac{1}{\beta^*_{\text{п}} r}$	$\frac{rk_{\text{п}}}{K}$	$\tau_{\text{п}}$	$\frac{a_0}{K\beta^*_{\text{п}}}$	$p_{\text{т}}$
(3)	$p_{\text{т}}$	$\frac{1}{\beta^*_{\text{т}} r}$	$\frac{rk_{\text{т}}}{K}$	$\tau_{\text{т}}$	$\frac{a_0}{K\beta^*_{\text{т}}}$	$p_{\text{п}}$

Каждое из уравнений аппроксимируется неявной консервативной конечно-разностной схемой. При $n \neq 1$ схема нелинейна и необходима её линеаризация. Для этого на неявном $m+1$ слое вводится итерационный процесс, текущая итерация которого обозначается индексом s:

$$\left(p^{m+1}\right)^s = p^s.$$

После ее линеаризации схема преобразуется к виду, разрешаемому относительно значений $\xi_j = p_j^{s+1} - p_j^s$ с помощью метода прогонки.

После нахождения значений p_j^{m+1} скорость фильтрации рассчитывается из уравнения Дарси по известному распределению давления

$$w_{j+1/2}^{m+1} = -\frac{r_{j+1/2}k}{K_{j+1/2}}\left(\frac{p_{j+1}^{m+1} - p_j^{m+1}}{r_{j+1} - r_j} + \tau_{j+1/2}\right)^{1/n_{j+1/2}}. \tag{7}$$

Задача Коши (5) для границы раздела $R_b(t)$ решается методом Эйлера 1-го порядка точности.

$$\begin{aligned} &R_b^{m+1} = R_b^m + \Delta t \cdot u(R_b^m, t^m),\ m = 0,\ 1, \ldots \\ &R_b^0 = R_{well},\ t^0 = 0. \end{aligned} \tag{8}$$

Скорость $u(R_b^m, t^m)$ определяется интерполяцией по двум ближайшим узлам.

3. Постановка обратной задачи определения параметров трещиновато-пористой среды и методы её решения

3.1. Оптимизационная постановка обратной задачи

Обратная задача определения параметров трещиновато-пористой среды формулируется в виде следующей оптимизационной задачи

Найти значения параметров $\mathbf{x}$, обеспечивающие минимум функционалу

$$F(\mathbf{x}) = \left[\int_0^T \left(Q_{well}^{exp}(t) - Q_{well}^{comp}(t,\mathbf{x})\right)^2 dt\right]^{1/2}:$$
$$\min_{x\in \mathrm{X}} F(\mathrm{x})$$

при фазовых ограничениях

$$\mathbf{X} = \{\mathbf{x} : x_i' \le x_i \le x_i''\}.$$

3.2. Методы решения оптимизационной задачи

В ряде случаев бывает достаточно подобрать только один параметр среды, так как остальные слабо влияют на величину потерь бурового раствора. Как правило, таким параметром является проницаемость трещиноватой среды $k_т$. Поэтому в работе в таких случаях использовался метод решения оптимизационной задачи по одному параметру, а именно – метод золотого сечения [2]. Генетический алгоритм применялся для нахождения решения задачи в случае варьирования нескольких параметров [3].

4. Результаты решения обратной задачи

4.1. Подбор параметра $k_т$

Рассматривалась вариация параметра проницаемости системы трещин $k_т$. На рис.2 приведена история поиска минимума функционала F, обуславливающего отклонение $Q_{well}^{comp}(t)$ от расхода $Q_{well}^{exp}(t)$. Ломаная линия показывает порядок расчета при поиске оптимального значения $k_т$, остановка обусловлена задаваемой относительной точностью, которая составляла 10^{-3}. Минимум достигается при $k_т = 1.61 \cdot 10^{-12}$м$^2/c$ и соответствует расходу $Q_{well}^{comp}(t)$, приведенному на рис. 3 штриховой линией.

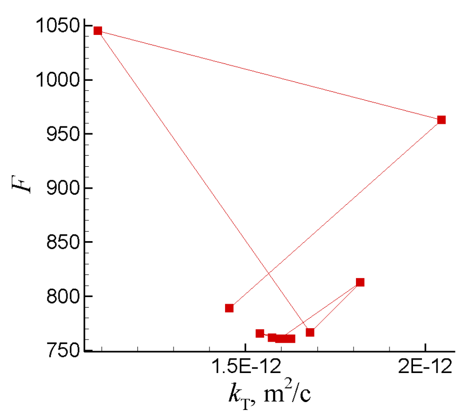

Рис. 2. Процесс подбора методом золотого сечения.

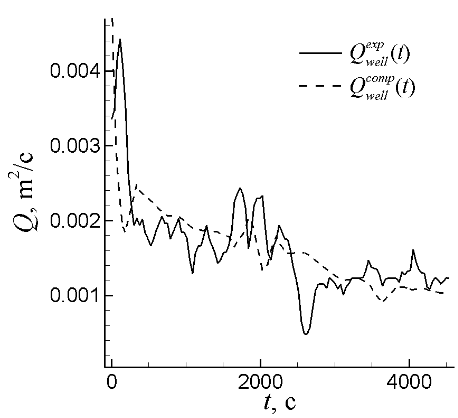

Рис. 3. Сравнение данных измерений $Q_{well}^{exp}(t)$ и полученных потерь $Q_{well}^{comp}(t)$ на оптимальном значении $k_т$.

4.2. Подбор параметра $k_т, m_{0т}, K_{пор}$

Рассматривалась вариация параметров $k_т, m_{0т}, K_{пор}$. Вариация осуществлялась в следующем диапазоне:

$$10^{-13}\text{м}^2 \le k_т \le 3\cdot 10^{-12}\text{м}^2,$$
$$0.001 \le m_{0т} \le 0.3,$$
$$0\ \text{Па}\cdot\text{с}^n \le K_{пор} \le 0.0383\ \text{Па}\cdot\text{с}^n.$$

Остальные тринадцать параметров были зафиксированы. Размер поколения N_{gen} составлял 200 индивидуумов, параметр селекции $Tr = 0.1$, параметр рекомбинации $d = 0.7$, параметр мутации $\mu = 0.1$.

История сходимости функционала приведена на рис. 4. Сравнение экспериментальной зависимости расхода от времени с подобранной в результате оптимизации зависимостью расхода приведено на рис. 5.

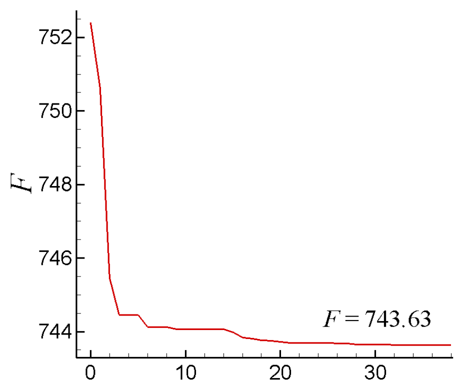

Рис. 4. История сходимости функционала.

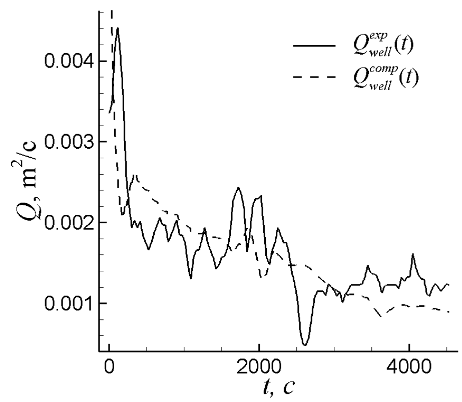

Рис. 5. Сравнение данных измерений $Q^{exp}_{well}(t)$ и полученных потерь $Q^{comp}_{well}(t)$ бурового раствора.

5. Заключение

Построена модель фильтрации бурового раствора в трещиновато-пористую среду с вытеснением поровой жидкости (прямая задача). Разработан эффективный численный алгоритм решения прямой задачи. Сформулирована обратная задача в виде оптимизационной и предложены надежные методы ее решения. Представлены результаты решения обратной задачи для различных групп варьируемых параметров.

Список литературы

[1] Басниев К.С., Кочина И.Н. Подземная гидродинамика. М.: Недра, 1983, 415 с.

[2] Каханер Д., Моулер К., Нэш С. Численные методы и математическое обеспечение. Пер. с англ. - М.: - Мир, 1998. 575 с.

[3] Черный С.Г., Чирков Д.В., Лапин В.Н. и др. Численное моделирование течений в турбомашинах. Новосибирск: Наука, 2006. 202 с.