

# Статистическая модель пластических течений в зоне субдукции Курило-Камчатской островной дуги

А.В. ПОПОВА<sup>1,2</sup>, О.В. ШЕРЕМЕТЬЕВА<sup>1,2</sup>, Р.Н. САГИТОВА<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт космических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН

<sup>2</sup>Камчатский государственный университет имени Витуса Беринга

e-mail: non-ame@iir.ru, sheremolga@yandex.ru, raya@ikir.ru

По данным Global GMT catalog за период 1976 – 2005 гг. для области  $50^\circ - 60^\circ$  с.ш.,  $156^\circ - 166^\circ$  в.д. в зоне субдукции Курило-Камчатской островной дуги проведена классификация распределений векторов подвижек вдоль границ дислокаций на единичной сфере, предложен метод выделения пластических течений в зонах субдукции на основании диффузионного подхода и построена статистическая модель пластических течений с использованием гипотезы связанности событий и энергетического критерия.

*Ключевые слова:* статистические методы, немарковский процесс, нелокальный процесс, направленные данные, распределение Бингхама, пластическое течение.

## Введение

Сейсмические явления можно рассматривать как слабые флуктуации и описывать в рамках диффузионного приближения, т.к. пространственный масштаб региона, в котором развивается геодинамический процесс, как правило, значительно превосходит размер очага землетрясения и радиус области влияния, в которой сбрасываются напряжения (т.е. выполняется критерий малости приращений). Между сейсмическими событиями существует зависимость по времени, а значит, имеют место эффекты памяти, т.е. сейсмический процесс является немарковским. Наличие зависимости по пространству, говорит о существовании дальних корреляций, а значит, о нелокальности процесса [1]. В случае малости приращений описание немарковских и нелокальных процессов сводится к приближению, математическим аппаратом которого являются дифференциальные уравнения диффузионного типа в дробных производных [2]. Память возникает, когда время  $\tau$  между наступлением событий распределено по степенному закону как  $1/(1 + v \cdot \tau)^{1+\alpha}$ , где  $v$  – средняя частота событий,  $0 < \alpha < 1$ . Тогда корреляционная функция процесса зависит от времени как  $1/(1 + v \cdot \tau)^\alpha$ , при  $t \rightarrow \infty$ . Свойства нелокальности возникают, когда расстояния между событиями распределены по тому же степенному закону. Объединение нелокальных свойств с эффектами памяти создают особенности случайных блужданий. Направленность сейсмического процесса определяется распределениями направлений подвижек совокупности сейсмических событий. Дисперсия направлений подвижек относительно среднего направления характеризует процесс либо как хаотический в случае большого разброса данных, либо как хорошо направленный в случае, когда дисперсия мала. Хорошо направленный процесс можно рассматривать как совокупность пластических течений в выделенном среднем направлении.

## 1. Представление исходных данных

Исходная выборка данных определяется параметрами [4]: географические координаты гипоцентра (широта ( $\theta$ ) и долгота ( $\psi$ )), глубина очага ( $h$ ), угол простираия ( $\varphi$ ), угол падения ( $\delta$ ), направление смещения по разлому (уклон) ( $\lambda$ ) и тензор сейсмического момента ( $M$ ) для двух ортогональных нодальных (главные плоскости тензора сейсмического момента) плоскостей  $\alpha$  и  $\beta$ , из которых  $\alpha$  – является плоскостью разрыва и  $\beta$  – вспомогательной плоскостью. Ориентация плоскости разрыва  $\alpha$  определяется простираием ( $\varphi$ ) и падением ( $\delta$ ), а уклон (погружение) ( $\lambda$ ) определяет направление подвижки  $\mathbf{u}$ . Угол простираия ( $\varphi$ ) ( $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ ) измеряется по часовой стрелке от направления на север, угол падения ( $\delta$ ) плоскости разрыва  $\alpha$  рассматривается справа по отношению к направлению простираия и измеряется вниз от горизонтальной плоскости ( $0 \leq \delta \leq \pi/2$ ). Подвижка  $\mathbf{u}$  определяется как направление движения висячего бока по отношению к лежащему. Уклон  $\lambda$  ( $-\pi \leq \lambda \leq \pi$ ) – это угол между направлением простираия и вектором подвижки  $\mathbf{u}$ .

Для представления и анализа данных в работе использовали прямоугольную декартову систему координат  $R_0$ , центр  $\hat{O}$  которой помещён в условный центр Земли, ось  $\hat{O}\hat{x}$  – пересечение экваториальной плоскости и плоскости нулевого меридиана, ось  $\hat{O}\hat{y}$  – перпендикулярна оси абсцисс в плоскости экватора, ось  $\hat{O}\hat{z}$  – совпадает с географической осью Земли и направлена от южного полюса к северному. В локальной системе координат  $R = (O', x, y, z)$ , где ось  $x$  направлена на север, ось  $y$  на восток и ось  $z$  к центру Земли (вниз), связанной с гипоцентром землетрясения (точка  $O'$ ), единичный вектор подвижки  $\mathbf{u}$  определяется из соотношения [4]:

$$\begin{aligned} \mathbf{u} = & (\cos \lambda \cos \varphi + \cos \delta \sin \lambda \sin \varphi)\mathbf{e}_\varphi + \\ & (\cos \lambda \sin \varphi - \cos \delta \sin \lambda \cos \varphi)\mathbf{e}_\lambda - \sin \lambda \sin \delta \mathbf{e}_h \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\mathbf{e}_\varphi$ ,  $\mathbf{e}_\lambda$ ,  $\mathbf{e}_h$  – единичные векторы осей  $O'x$ ,  $O'y$  и  $O'z$  соответственно. Используя формулы преобразования координат, определяем в системе  $R_0$  декартовы координаты гипоцентров (точка  $O'$ ) очагов землетрясений:

$$\begin{cases} \hat{x}_0 = r \cdot \sin \theta_0 \cdot \cos \psi_0 \\ \hat{y}_0 = r \cdot \sin \theta_0 \cdot \sin \psi_0 \\ \hat{z}_0 = r \cdot \cos \theta_0 \end{cases} \quad (2)$$

и векторов подвижек  $\mathbf{u}$ :

$$\begin{cases} \hat{x} = (-\sin \theta_0 \cos \psi_0)x + (-\sin \psi_0)y + (\cos \theta_0 \cos \psi_0)z \\ \hat{y} = (-\sin \theta_0 \sin \psi_0)x + (\cos \psi_0)y + (\cos \theta_0 \sin \psi_0)z \\ \hat{z} = (\cos \theta_0)x + 0 \cdot y + (\sin \theta_0)z \end{cases} \quad (3)$$

где  $x, y, z$  – координаты векторов в локальной системе координат  $R$ ,  $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$  – координаты векторов в системе координат  $R_0$ ,  $(\theta_0, \psi_0)$  – географические широта и долгота гипоцентра землетрясения,  $r$  – расстояние от центра Земли до гипоцентра землетрясения.

## 2. Статистическая обработка направленных данных

Любое распределение на единичной сфере может быть описано распределением Бингхама [5, 6]:  $f(\mathbf{x}) = \exp\left(\sum_{i=1}^3 (K_i \cdot (\mathbf{x} \cdot \mathbf{e}_i))\right) / 4\pi \cdot \det(K)$ , где  $\mathbf{x}$  – единичный вектор из

выборки,  $\det(K)$  – определитель диагональной матрицы концентраций с диагональными элементами  $K_i$  и взаимно перпендикулярными собственными векторами  $\mathbf{e}_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ . Классификация распределений направленных данных на единичной сфере определяется собственными значениями  $\lambda_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  ковариационной матрицы [5, 6, 7]:

$$T = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N x_i^2 & \sum_{i=1}^N x_i y_i & \sum_{i=1}^N x_i z_i \\ \sum_{i=1}^N x_i y_i & \sum_{i=1}^N y_i^2 & \sum_{i=1}^N y_i z_i \\ \sum_{i=1}^N x_i z_i & \sum_{i=1}^N y_i z_i & \sum_{i=1}^N z_i^2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Собственные значения определяют дисперсии проекций векторов выборки на соответствующий собственный вектор относительно начала координат. О наличии хорошо направленного пластического течения говорит *полюсное* распределение направленных данных (собственные значения  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  оба малы и приблизительно равны друг другу, в то время как  $\lambda_3$  большое) [5, 7]. Это означает, что существует среднее направление, совпадающее с направлением собственного вектора  $\mathbf{e}_3$ , рассеяние вдоль которого для исходных данных максимально, а отклонение векторов выборки от этого собственного вектора минимально.

Степень разброса векторов исходной выборки относительно среднего направления определяется с помощью параметра точности *MAD* (*Maximum angular deviation*) [7]:  $MAD = \arctg((\lambda_{min} + \lambda_{int})/\lambda_{max})^{1/2}$ . Более точную информацию о степени разброса направленных данных даёт доверительный конус с критерием значимости  $\alpha$ . Половина угла ( $d$ ) при вершине доверительного конуса, осью которого является среднее направление, определяется соотношением [5]:

$$\sin^2 d = \lambda_3 \cdot (\alpha^{-2/(N-2)} - 1) \cdot (\lambda_1 \cdot \cos^2 \gamma + \lambda_2 \cdot \sin^2 \gamma - \lambda_3)^{-1} \quad (5)$$

В случае хорошо направленного процесса можно рассматривать доверительный конус, внутрь которого попадает 90-95% выборки.

### 3. Построение цепей Маркова

Диффузионный подход, рассматривающий сейсмические события как случайные блуждания по состояниям, позволяет применить марковское приближение, где сейсмические события объединяются в цепь по принципу близости сейсмических событий в пространственно-временной области с учётом энергетического критерия. *Временной масштаб*  $t$  оценивается исходя из закона повторяемости событий – закона Гуттенберга-Рихтера:  $t = 1/n$ , где  $n$  – частота событий с заданной магнитудой [1]. *Пространственный масштаб* оценивался как радиус зоны влияния Добровольского:  $R = 10^{0.43 \cdot M}$  [км], где  $M$  – локальная магнитуда Рихтера [11]. Эти масштабы определяются характеристиками среды и самим сейсмическим процессом [10]. Совокупность событий, попадающих в пространственно-временную зону влияния более раннего сейсмического события, может быть инициирована этим событием. Из совокупности выбираем событие с максимальной магнитудой (энергией) и записываем в марковскую цепь, под которой подразумеваются группы из трех и более событий, удовлетворяющих указанным

критериям. Алгоритм вычислений устойчив, если в зону влияния попадает событие, сопоставимое или большее по магнитуде по сравнению с предыдущим. В противном случае область влияния стягивается и наиболее вероятно оказывается пустой, процесс вычисления останавливается и цепь прерывается [9].

#### 4. Построение статистической модели пластических течений по данным Global GMT catalog для зоны субдукции Курило-Камчатской островной дуги (область $50^\circ$ - $60^\circ$ с.ш., $156^\circ$ - $166^\circ$ в.д.) за период 1976 – 2005 гг.

##### 4.1. Распределение векторов подвижек

Для выборки из 208 векторов подвижек  $\mathbf{u}$ , вычисленных с использованием формул (1)-(3), составлена матрица ковариации (4)

$$T = \begin{bmatrix} 116.76 & 10.89 & -73.27 \\ 10.89 & 19.24 & -5.44 \\ -73.27 & -5.44 & 71.99 \end{bmatrix},$$

для которой определены собственные значения  $\lambda_1 = 15.92$ ,  $\lambda_2 = 20.15$ ,  $\lambda_3 = 171.93$  и соответствующие им собственные векторы  $\mathbf{e}_1 = (-0.49, 0.66, -0.57)$ ,  $\mathbf{e}_2 = (0.35, 0.75, 0.57)$ ,  $\mathbf{e}_3 = (0.80, 0.08, -0.59)$ . Этому случаю соответствует *полюсное* распределение (п.2.) со средним направлением подвижки  $\mathbf{e}_3$ . Степень разброса векторов исходной выборки относительно среднего направления  $\mathbf{e}_3$  около  $24^\circ$ , причём на основании формулы (8) 95% выборки попадает внутрь доверительного конуса с углом при вершине  $\approx 21^\circ$ , что позволяет говорить о наличии хорошо направленного пластического течения. Средний вектор подвижки имеет северо-западную ориентацию, что согласуется с источником [12].

##### 4.2. Пластические течения

Для выборки из 208 сейсмических событий получено 75 цепей Маркова, среди которых десять цепей, содержащих от 5 до 17 событий. Из исходной выборки в марковские цепи не вошло 30% сейсмических событий каталога. В качестве примера на рисунке представлена марковская цепь из 12 событий со средним направлением подвижки  $\mathbf{e} = (0.80, 0, -0.56)$  и дисперсией относительно среднего направления  $\approx 27^\circ$ .

## 5. Заключение

Предложенный метод выделения пластических течений в зонах субдукции позволяет определить характеристики сейсмического процесса (средний вектор подвижки, дисперсию). При условии хорошей направленности процесса он может быть рассмотрен в марковском приближении, где сейсмические события объединяются в цепь по принципу близости в пространственно-временной области с учётом энергетического критерия. Разработанный метод применен для построения статистической модели пластических течений на примере зоны субдукции Курило-Камчатской островной дуги (рассматриваемая область  $50^\circ$ - $60^\circ$  с.ш.,  $156^\circ$ - $166^\circ$  в.д.) по данным Global GMT catalog [3] за период

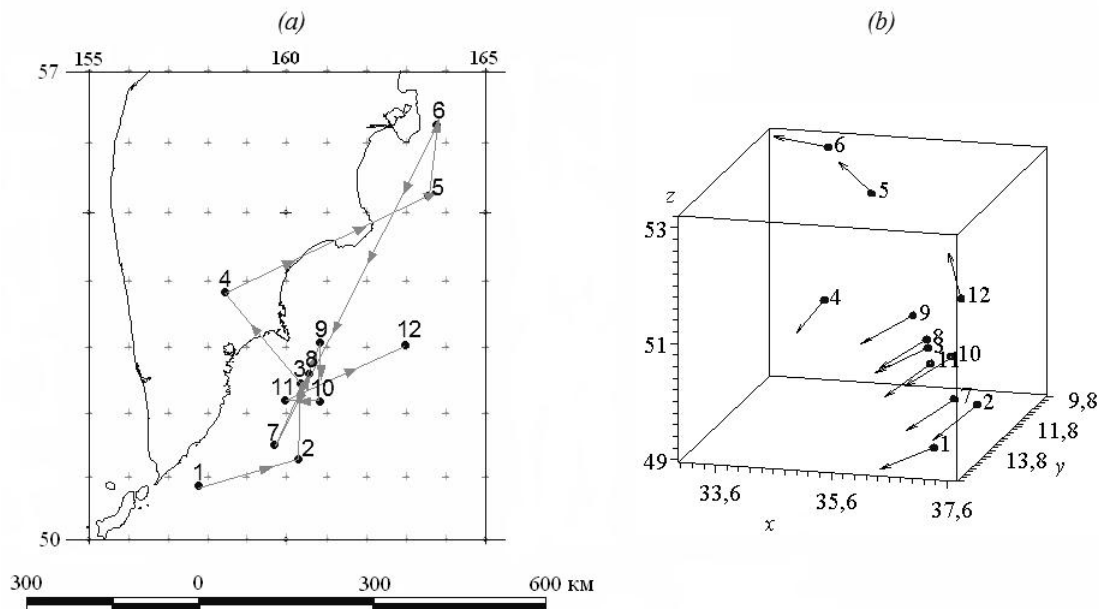


Рис. 1. Цепь Маркова сейсмических событий (a) и направления подвижек вдоль бортов дислокаций для сейсмических событий включённых в цепь (b). Измерения по осям на рисунке (b) в км.

1976 – 2005 гг. В результате выделено 75 течений включающих 70% событий из всей выборки, среди которых большую часть составляют течения из 3-4 звеньев. Статистическая модель является простой и предложенный метод её построения позволяет выделять отдельные пластические течения, не объединяя их в общий процесс. Возможность ветвления предполагается учесть при дальнейшем развитии метода.

## Список литературы

- [1] Голицын Г.С. Место закона Гуттенберга-Рихтера среди других статистических законов природы // Проблемы динамики литосферы и сейсмичности. Вычислительная сейсмология. 2001. вып. 32. С. 138-161.
- [2] SAICHEV A.I., ZASLAVSKY G.M. Fractional kinetic equations: solutions and applications // Chaos. 1997, vol. 7, №4. P. 753-764.
- [3] Global CMT Web Page. <http://www.globalcmt.org/>
- [4] Аки К., Ричардс П. Количественная сейсмология. Теория и методы. М.: Мир, 1983. Т. 1. 519 с.
- [5] Чини Р.Ф. Статистические методы в геологии. М.: Мир, 1956. 189 с.
- [6] Дэвис Дж.С. Статистический анализ данных в геологии. М.: Наука, 1977. 735 с.
- [7] Шипунов С.В. Статистика палеомагнитных данных. М.: ГЕОС, 2000. 80 с.
- [8] Феллер В. Введение в теорию вероятностей и её приложения. М.: Мир, 1964. Т. 1. 499 с.
- [9] ШЕВЦОВ Б.М., САГИТОВА Р.Н. Диффузионный подход в статистическом анализе сейсмичности Камчатки // Вулканология и сейсмология. 2012. № 2. С. 56-66.
- [10] ДОБРОВОЛЬСКИЙ И.Р. Математическая теория подготовки и прогноза тектонического землетрясения. М.: Физматлит, 2009. 236 с.

- [11] КАСАХАРА К. Механика землетрясений. М.: Мир, 1985. 264 с.
- [12] ЛОМИЗЕ М.Г. Вулканическое кольцо тихого океана // Соросовский образовательный журнал. 1999. № 9. С. 59-66.