

# Компьютерный конечно-элементный анализ электрических характеристик композиционных материалов методом многоуровневой гомогенизации

ДИМИТРИЕНКО Юрий Иванович  
e-mail: dimit@serv.bmstu.ru

СОКОЛОВ Александр Павлович  
e-mail: alsokolo@bmstu.ru

МАРКЕВИЧ Мария Николаевна  
e-mail: mas-vi4@yandex.ru

Проектирование композиционных материалов с заданными электростатическими свойствами с возможностью варьирования их в заранее определенном диапазоне является важной технической проблемой. Данные материалы используются в качестве дополнительных изоляционных слоев, регулирующих распределение электрических полей, в линиях высоковольтных передач; в элементах обшивки конструкций авиационной техники. В основе математического моделирования гетерогенных структур лежат различные методы как приближенные, так и точные. Поэтому в данной работе излагается модификация метода асимптотического осреднения или «метода гомогенизации» с применением конечно-элементного метода решения рекуррентной последовательности локальных задач на «ячейках периодичности» для определения эффективных диэлектрических характеристик композитов со сложной структурой армирования. **Целью работы** было проведение численных экспериментов по воздействию электростатического поля на структурные элементы композиционных материалов (ячеки периодичности) с целью определения эффективных диэлектрических характеристик композитов. В качестве примера был выбран композиционный материал с дисперсным наполнителем шарообразной формы. Матрица композита – поливинилхлоридный пластикат (ПВХ), волокна – сегнетоэлектрическая керамика ЦСТ-19. Для достижения цели были поставлены следующие **задачи**:

1. Разработать математическую модель для определения эффективных диэлектрических характеристик композиционных материалов, с использованием метода многоуровневой асимптотической гомогенизации (МАГ) [?].
2. Спроектировать и разработать численный алгоритм и автоматизированное параллельное программное обеспечение определения эффективных диэлектрических характеристик периодических композиционных материалов.

Для проведения численных экспериментов использовались программные автоматизированные средства, разработанные на кафедре «Вычислительной математики и математической физики» МГТУ им.Н.Э.Баумана на языке программирования

C++. В работе был предложен **новый подход** исследования свойств композиционных материалов со сложной структурой армирования. В основе модели лежит модификация метода асимптотического осреднения, теория которого была предложена в работах[?, ?]. Использовался новый метод многоуровневой асимптотической гомогенизации (МАГ), позволивший обобщить метод асимптотического осреднения на случай ячеек периодичности, обладающих сложной многоуровневой микроструктурой армирования. Новый метод привел к необходимости решения специального класса «локальных задач» нулевого уровня (??) на ячейках периодичности моделей микроструктуры композита.

$$\left\{ \begin{array}{l} D_{i(p)/i}^{*\alpha} = 0, \xi \in V, \\ D_{i(p)}^{*\alpha} = \varepsilon^{*\alpha} E_{i(p)/i}^{*\alpha}, \\ E_{i(p)}^{*\alpha} = \vartheta_{(p)/i}^{*\alpha}, \\ \vartheta_{(p)}^{*\alpha} = \vartheta_{(p)}^{*N}, \\ \langle \vartheta_{(p)}^{*\alpha} \rangle = 0, \\ \left[ \begin{array}{l} \vartheta_{(p)}^{*\alpha} \\ D_{i(p)}^{*\alpha} \end{array} \right]_i = \bar{E}_{i(p)/i}^* a_p \delta_{ip} \\ \left[ \begin{array}{l} \vartheta_{(p)}^{*\alpha} \\ D_{i(p)}^{*\alpha} \end{array} \right] n_i = 0 \end{array} \right. \quad (1)$$

где  $V$  - область ЯП;  $D_{i(p)}^{*\alpha}$  - компоненты комплексной амплитуды вектора электрической индукции для  $L_p$  задачи;  $\varepsilon^{*\alpha}$  - тензор диэлектрической проницаемости;  $E_{i(p)}^{*\alpha}$  - компоненты комплексной амплитуды вектора напряжения электрического поля для  $L_p$  задачи;  $\bar{E}_{i(p)}^*$  - входные данные,  $n_i$  - вектор внешней нормали к поверхности  $\Sigma_{\alpha\beta}$  области  $V$ ;  $\alpha, \beta$  - номера компонент с различными свойствами в модели ячейки периодичности. Первое уравнение (??) - соотношения Гаусса для электростатического поля, второе - физические (определяющие) соотношения и третье - выражения для напряженности через потенциал, далее следуют: условия идеального контакта, условия нормировки по ЯП для единственности решения задачи и специальные условия периодичности, обусловленные наличием периодической микроструктуры материала. Решая локальные задачи (??) и используя операции осреднения по ЯП для каждого структурного уровня, были получены эффективные диэлектрические характеристики исследуемых материалов. В работе были разработаны: оригинальные математические модели электрических свойств композитов с дисперсным наполнителем шарообразной формы; разработан дополнительный модуль к программной системе проведения инженерных расчетов **GCD**, который позволил решить поставленные задачи; получены скалярное и векторные поля электрического потенциала, индукции и электрической напряженности, соответственно, для каждой из «локальных задач».

## Список литературы

- [1] Бахвалов Н.С., Панасенко Г.П. Осреднение процессов в периодических средах. - М.: Наука, 1984. - 352 с.
- [2] Димитриенко Ю.И., Ничеговский Е.С. моделирование магнитных свойств композиционных материалов // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Естественные науки. - 2010. - №1. - С. 3-11.
- [3] Димитриенко Ю.И., Соколов А.П. Система автоматизированного прогнозирования свойств композиционных материалов // Информационные технологии. - 2008. - №8. - С. 31-38.
- [4] Победря Б.Е. Механика композиционных материалов. - М.: МГУ, 1984. - 336 с.

- [5] Бардзокас Д.И., Зобнин А.И. Математическое моделирование физических процессов в композиционных материалах периодической структуры. – М.: Эдиториал УРСС, 2003, - 376 с.
- [6] Баландин М.Ю. Методы решения СЛАУ большой размерности. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2000. – 70 с.