

# Численное моделирование плоского течения вязкого теплопроводного газа в канале

ЯКУБОВИЧ МАКСИМ ВИКТОРОВИЧ  
e-mail: yakubovich@icm.krasn.ru

УДК 519.6

М. В. Якубович

Институт вычислительного моделирования Сибирского отделения  
Российской академии наук, Россия, Красноярск

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЛОСКОГО ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОГО ТЕПЛОПРОВОДНОГО ГАЗА В КАНАЛЕ

В работе предлагается алгоритм численного решения уравнений Навье-Стокса для двумерного движения вязкого теплопроводного газа. В основе алгоритма лежит комбинация метода траекторий [1,2] и метода конечных элементов [2,3]. Задача ставится в виде безразмерных уравнений неразрывности, количества движения и уравнения для внутренней энергии. Система уравнений Навье-Стокса замыкается двумя уравнениями состояния. В качестве начальных условий задаются условия затухания возмущений в бесконечном удалении от источника. В уравнениях неразрывности и внутренней энергии осуществляется замена искомых функций [2], что обеспечивает повышение точности приближенного решения. Метод траекторий [1] заключается в аппроксимации полной производной (субстанциональная) с помощью разностной производной назад по времени вдоль траектории движения частицы. После дискретизации модифицированных уравнений методом конечных элементов и аппроксимации полной производной, получаются системы квазилинейных алгебраических уравнений специального вида, которые решаются итерационным методом Якоби. Полученные системы уравнений удовлетворяют законам сохранения массы и полной энергии на дискретном уровне, обеспечивая устойчивость приближенного решения по времени. На основе построенного алгоритма реализуется задача плоского течения газа в канале.

В итоге получается консервативная вариационно-разностная схема первого порядка аппроксимации. Применение комбинации метода траекторий и метода конечных элементов не требует согласования триангуляций на соседних временных слоях, что значительно облегчает динамическое разрежение или сгущение триангуляций по времени для оптимизации вычислительной работы или улучшения аппроксимации в пограничных слоях и ударных волнах. Следует отметить, что дискретные системы метода конечных элементов после аппроксимации субстанциональной производной разностным методом обладают существенно лучшими вычислительными свойствами и поэтому их сборка и численное решение более экономичны с вычислительной точки зрения.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта № 11-01-00224) и проекта № 89 Сибирского отделения РАН.

Список литературы

1. Pironneau O. On the Transport-Diffusion Algorithm and Its Applications to the Navier-Stokes Equations // Numerische Mathematik. 1982. 38. 309-332.

2. Шайдуров В. В., Щепановская Г.И., Якубович М. В. Применение метода траекторий и метода конечных элементов в моделировании движения вязкого теплопроводного газа // Вычислительные методы и программирование. 2011. Т. 12. 275-281.
3. Шайдуров В. В., Щепановская Г.И., Якубович М. В. Одномерная модель динамики вязкого теплопроводного газа // Материалы XIV международной научной конференции "Решетневские чтения". Красноярск: СибГАУ, 2010. 440-441.