Методы математического моделирования движения оболочки произвольной гауссовой кривизны с упругим основанием

Седова Елена Александровна
e-mail: SedovaEA@yandex.ru

Каледин Валерий Олегович

Задача управления параметрами бегущих волн на поверхности оболочки, обтекаемой жидкостью, представляет большой теоретический и практический интерес в связи возможностью уменьшения гидродинамического сопротивления. Ранее проведенные исследования показали целесообразность введения в оболочку достаточно толстого податливого слоя, который можно рассматривать как упругое основание.

Существует несколько моделей упругого основания. Простейшей из них является модель Винклера, по которой считается, что напряжения, действующие по нормали на границе упругого основания и оболочки выражаются через произведение перемещений оболочки вдоль нормали и коэффициента упругости основания. Более сложна модель Власова, в которой зависимость между перемещениями и напряжениями получена из формулы реактивного давления и включает слагаемые, зависящие от деформаций изгиба. В.М. Львовский в работе [1] предложил новый метод расчета упругого основания оболочки, отличающийся учетом диссипации энергии.

В настоящее время не вполне ясна применимость той или иной модели к расчету бегущих волн в оболочке произвольной гауссовой кривизны с упругим основанием, взаимодействующей с потоком жидкости. Поэтому представляется необходимым проанализировать все упомянутые модели при расчете движения оболочки.

Добавим к тонкой оболочке упругое основание, моделируемое по методу Винклера. Энергия деформации оболочки вместе с упругим основанием будет равна сумме энергий деформации упругого основания и внешнего слоя. Отсюда получаем матрицу жесткости упругой оболочки вместе с основанием

Однако, метод Винклера не отражает распределительных и инерциальных свойств основания и может применяться только для приблизительных статических расчетов. При этом он является наиболее простым для дискретизации и может применяться как для цилиндрических оболочек, так и для оболочек произвольной гауссовой кривизны.

Далее рассмотрим метод Власова, в котором, наряду с реакцией основания, учитываются еще и инерционные силы. При дискретизации изменениям подвергнется не только матрица жесткости, но и матрица масс. К матрице жесткости оболочки на упругом основании, рассчитанной для модели Винклера, добавится слагаемое, отвечающее за работу на сдвиг. Матрица масс после добавления упругого основания будет равна сумме матриц масс тонкой оболочки и упругого основания, каждая из которых выражается через плотность, толщину и радиус оболочки и основания соответственно.

В случае, когда коэффициенты при массовых силах и при производной от перемещений по меридиану будут равны нулю, модель Власова переходит в модель Винклера. Модель Власова также может быть применена для оболочки произвольной гауссовой кривизны, но эта модель не учитывает вязкости материала.

Модель В.М. Львовского [1] предназначена для расчета цилиндрических оболочек. Для случая произвольной гауссовой кривизны она была преобразована, а затем дискретизована методом конечных элементов. В сравнении с методом Власова изменению подвергается только матрица демпфирования.

Можно сделать вывод, что модель Львовского более универсальна, так как учитывает все свойства упругого основания, и преобразуется в модель Власова и в модель Винклера, если приравнять к нулю коэффициенты при слагаемых, которые не содержатся в этих моделях.

Список литературы

1. Львовский В.М. Исследование колебаний подземных оболочек в податливых инерционных средах при действии подвижных нагрузок [Электронный ресурс] - Режим доступа www.russianscientist.org%2Ffiles%2Farchive%2FNauka%2F2007_LVOVMOD_1.pdf (дата обращения - 10.03.2011)