АЛГОРИТМ ИНТЕГРИРОВАНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА С ПЕРЕМЕННОЙ СТРУКТУРОЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЖЕСТКИХ ЗАДАЧ

А.Е. Новиков (Сибирский федеральный университет)

Во многих приложениях возникает проблема численного решения жестких задач высокой размерности. В некоторых случаях расчеты требуется проводить с точностью порядка 1% [1–2]. Это связано с тем, что измерение констант, входящих в правую часть системы дифференциальных уравнений, часто проводится достаточно грубо. Иногда такая точность расчетов является удовлетворительной с точки зрения поставленной цели. Порядок аппроксимации численной схемы следует сочетать с точностью расчетов.

Современные методы решения жестких задач используют обращение матрицы Якоби системы уравнений. При большой размерности эффективность численных методов фактически полностью определяется временем декомпозиции этой матрицы. Для повышения эффективности расчетов в ряде алгоритмов используется замораживание матрицы Якоби, то есть применение одной матрицы на нескольких шагах интегрирования. Некоторым аналогом замораживания является применение в расчетах алгоритмов интегрирования на основе явных и L-устойчивых методов с автоматическим выбором численной схемы. В этом случае эффективность алгоритма может быть повышена за счет расчета переходного участка, соответствующего максимальному собственному числу матрицы Якоби, явным методом. В качестве критерия выбора эффективной численной формулы естественно применять неравенство для контроля устойчивости [3]. Применение таких комбинированных алгоритмов полностью не снимает проблему замораживания матрицы Якоби, потому что явным методом можно просчитать решение, соответствующее максимальному собственному числу матрицы Якоби.

Здесь построены явная двухстадийная схема типа Рунге-Кутты и L-устойчивый (2,1)-метод второго порядка точности. На основе стадий явного метода построена численная формула первого порядка с расширенным до 8 интервалом устойчивости. Разработан алгоритм интегрирования переменного порядка и шага, в котором выбор наиболее эффективной численной схемы осуществляется на каждом шаге с применением неравенства для контроля устойчивости. В L-устойчивом методе допускается замораживание как аналитической, так и численной матрицы Якоби.

1. Хайрер Э., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Жесткие и дифференциально-алгебраические задачи. М.: Мир, 1999.
2. Новиков А.Е., Новиков Е.А. Численное решение жестких задач с небольшой точностью // Математическое моделирование. – Т.22. – №1. – 2010. – С.46–56.
3. Новиков Е.А. Явные методы для жестких систем. Новосибирск: Наука. 1997.