

Визуализация области устойчивости разностной задачи Коши второго порядка на комплексной плоскости

БЕКТЕМЕСОВ МАКТАГАЛИ АБДИМАЖИТОВИЧ
КазНПУ им. Абая (Алматы), Казахстан

КАБАНИХИН СЕРГЕЙ ИГОРЕВИЧ
Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН (Новосибирск), Россия

КУРЫШБАЕВ ЕРКЕБУЛАН
КазНПУ им. Абая (Алматы), Казахстан (Алматы), Казахстан
e-mail: yerke1984@gmail.com

В исследовании рассматривается алгоритм получения изображения самоподобного объекта, который является результатом вычисления относительной погрешности различных конечно-разностных схем решения задачи Коши второго порядка с помощью итерационного процесса [1]. С помощью программы можно наблюдать при каких условиях и на каких точках значение погрешности может стремиться к бесконечности или оставаться в области определенных значений.

При рассмотрении связи полученного множества с корректностью задач математической физики было выявлено, что при определенном цифровом кодировании распределение относительной погрешности дает повторяющееся изображение и самоподобие. Компьютер можно превратить в своеобразный микроскоп и наблюдать с его помощью за поведением границ области. Если рассматривать множество, полученное из вычисления относительной погрешности на комплексной плоскости, то значения, лежащие вне этих множеств, стремятся к бесконечности, внутри границы множества имеют волнообразную форму. Область, где появляется неустойчивость, смещается к границе множества, и его граница вырисовывается особым образом, и именно здесь появляются удивительно красивые формы.

Фракталы и самоподобные объекты [2], отображающие область устойчивости решений дифференциальных уравнений, имеют между собой схожие свойства и различия. Полученное множество имеет кольцеобразный вид, внутри кольца и за его пределами находятся сравнительно большие области неустойчивости. По изображению множества заметно, что центр кольца смещен влево по действительной оси. Кривая графика проходит через центры устойчивых зон и образует линию, которая проходит через аттракторы.

При очень малых значениях шага множество явно демонстрирует стохастическое поведение, но при этом множество не теряет свойства самоподобия.

Аналогичные изображения были получены в работах и других авторов, например, в следующей статье <https://www.mdpi.com/2504-3110/7/1/76>.

Список использованной литературы:

1 А. Л. Бухгейм. Введение в теорию обратных задач. Изд-во Наука, Сиб.отд-ние, 1988.

2 Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. Москва: Институт компьютерных исследований, 2002. - 656 с.