

Методы решения задачи идентификации источников в модели сложного теплообмена

ГРЕНКИН ГЛЕБ ВЛАДИМИРОВИЧ

Владивостокский государственный университет (Владивосток), Россия

e-mail: glegrenkin@gmail.com

Работа посвящена исследованию стационарной модели сложного теплообмена на основе диффузионного (P_1) приближения. В статье [0] рассматривалась обратная задача восстановления мощностей тепловых источников при заданных их объемных плотностях и известных значениях функционалов источников на поле температуры. Установлено, что обратная задача имеет по крайней мере одно решение, и получены условия единственности решения, которые выполняются при достаточно большом коэффициенте температуропроводности.

Нелинейность модели усложняет теоретический анализ единственности решения обратной задачи. Численное исследование обратной задачи для частного случая двух источников выявило следующую закономерность: на координатной плоскости (q_1, q_2) изолинии каждого наблюдения $F_j(q_1, q_2) = \int_{\Omega} f_j(x)T[q_1, q_2](x) dx$ прямолинейны, хотя зависимость наблюдений от мощностей источников q_1, q_2 является нелинейной: изолинии не равноотстоят друг от друга.

Если принять как факт эту закономерность, то становится очевидным, что обратная задача имеет единственное решение, которое может быть найдено как корень системы нелинейных алгебраических уравнений: методом Ньютона или методом наискорейшего покоординатного спуска с предобусловливателем, учитывающим направление спуска.

Также для решения обратной задачи предложен метод, основанный на линеаризации обратной задачи, который на каждой итерации алгоритма вычисляет мощности источников q_i , при которых достигаются заданные значения наблюдений F_j , когда поле температуры T определяется по линейной модели теплопроводности. Установлена связь между решениями нелинейной и линейной моделей, но поскольку значения наблюдений для линейной модели неизвестны, они находятся последовательными приближениями в ходе работы алгоритма.

С учетом выявленной структуры изолиний проведено полужемпирическое обоснование сходимости данного алгоритма. В дальнейшем теоретическое обоснование сходимости алгоритма может помочь в доказательстве однозначной разрешимости обратной задачи.

Chebotarev A.Yu., Grenkin G.V., Kovtanyuk A.E., Botkin N.D., Hoffmann K.-H. Inverse problem with finite overdetermination for steady-state equations of radiative heat exchange // J. Math. Anal. Appl. 2018. V. 460. N 2. P. 737–744.