

**КОЛЛОКАЦИОННО-ВАРИАЦИОННЫЙ ПОДХОД ДЛЯ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ С
СИНГУЛЯРНЫМИ ТОЧКАМИ**

Соловарова Л.С., Булатов М.В.
ИДСТУ СО РАН, Иркутск
soleilu@mail.ru, mvbul@icc.ru

Рассмотрим задачу

$$A(t)x'(t) + B(t)x(t) = f(t), \quad x(0) = a, \quad t \in [0, 1], \quad (1)$$

где $A(t)$, $B(t)$ – $(n \times n)$ -матрицы, $f(t)$ и $x(t)$ заданная и искомая n -мерные вектор-функции, соответственно. Предполагается, что элементы $A(t)$, $B(t)$ и $f(t)$ достаточно гладкие, и $\det A \equiv 0$. Такие задачи называются дифференциально-алгебраическими уравнениями (ДАУ). Предполагается, что исходные данные согласуются с правой частью. В работе [1] приведены достаточные условия существования решения рассматриваемых задач, а именно:

1. $\text{rank} A(t) = k = \text{const} \quad \forall t \in [0, 1]$;
2. $\det(\lambda A(t) + B(t)) = a_0(t)\lambda^k + a_1\lambda^{k-1} + \dots + a_k(t)$, функция $a_0(t) \neq 0 \quad \forall t \in [0, 1]$, где λ – скалярный параметр.

Если в отдельных точках отрезка интегрирования нарушено условие 1 или 2, то их называют сингулярными точками для дифференциальной или алгебраической части ДАУ (1).

Численные методы решения ДАУ с сингулярными точками предложены [2] и обоснованы [3] только для частных случаев и, кроме того, требуют весьма значительных вычислительных затрат.

В докладе предложены коллокационно-вариационные алгоритмы для рассматриваемых ДАУ. Данные подходы были ранее предложены для задач, не содержащих сингулярные точки [4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Чистяков В.Ф.* Алгебро-дифференциальные операторы с конечномерным ядром. Издательство: Наука, 1996.
2. *Чистяков В.Ф., Чистякова Е.В.* О подходах к численному решению линейных дифференциально-алгебраических уравнений с прямоугольными матрицами коэффициентов и особыми точками в области определения // Материалы ВВМШ (3 - 9 мая 2023 г.), с.434-436.
3. *Dick A., Koch O., Marz R., Weinmuller E.* Convergence of collocation schemes for boundary value problems in nonlinear index 1 DAEs with a singular point // *Math. Comp.*, 82, 2013, pp. 893-918.
4. *Bulatov M.V., Solovarova L.S.* Collocation-variation difference schemes for differential-algebraic equations // *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, 2018, Vol. 41, №18, pp. 9048-9056.