

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ВЯЗКОГО ТЕПЛОПРОВОДНОГО ГАЗА ПРИ ПОМОЩИ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

Кузнецов К.С.¹ Амосова Е.В.

*Дальневосточный федеральный университет, Владивосток
Институт прикладной математики ДВО РАН, Владивосток
¹kuznetsovks17@gmail.com*

Рассматривается задача оптимального управления для системы уравнений газовой динамики в одномерном случае. В качестве управления выбирается скорость среды в начальный момент времени и на правом конце границы. Математическую модель, описывающую движение вязкого теплопроводного газа на интервале $(0, 1)$, вместе с граничными и начальными условиями можно описать следующей системой уравнений:

$$\rho [u_t + \text{Sh } uu_x] = \frac{\text{Sh}}{\text{Re}} u_{xx} - \text{Sh } k (\rho\theta)_x = 0, \quad \rho_t + \text{Sh } (u\rho)_x = 0, \quad (1)$$

$$\rho [\theta_t + \text{Sh } u\theta_x] = \frac{\text{Sh}}{\text{Pe}} \theta_{xx} + \frac{\text{Sh}}{\text{Re}} \frac{\pi}{k} (u_x)^2 - \text{Sh } \pi \rho\theta u_x = 0, \quad (2)$$

$$u|_{t=0} = u_0(x), \quad \rho|_{t=0} = \rho_0(x), \quad \theta|_{t=0} = \theta_0(x), \quad (3)$$

$$u|_{x=0} = u_1(t), \quad \rho|_{x=0} = \rho_1(t), \quad \theta|_{x=0} = \theta_1(t), \quad u|_{x=1} = u_2(t), \quad \theta|_{x=1} = \theta_2(t), \quad (4)$$

где u, ρ, θ — неизвестные скорость, плотность и температура газа, $u_t = \partial u / \partial t$, $u_x = \partial u / \partial x$, $u_{xx} = \partial^2 u / \partial x^2$, $u_0, \rho_0, \theta_0, u_1, \rho_1, \theta_1, u_2, \theta_2$ — заданные функции, $\text{Sh}, \text{Pe}, \text{Re}, \pi, k$ — безразмерные коэффициенты.

Задача оптимального управления сводится к минимизации следующего функционала качества:

$$J(\mathbf{v}) = J_f(\mathbf{s}) + \alpha_1 \int_0^1 |u_{0x}|^2 dx + \alpha_2 \int_0^1 |u_{2t}|^2 dt, \quad (5)$$

где $\mathbf{s} = \{u, \rho, \theta\}$ — состояние системы (1)–(4), $\mathbf{v} = \{u_0, u_2\}$ — управление, $\alpha_1 > 0$, $\alpha_2 > 0$, $J_f(\mathbf{s})$ — полунепрерывный снизу функционал. Корректность задачи оптимального управления (1)–(5) изучена в работе [1].

На основе нейросетевой аппроксимации неизвестных функций разработан алгоритм поиска приближенного решения экстремальной задачи (5) при различных целевых функционалах $J_f(\mathbf{s})$.

Работа выполнена в рамках госзадания ИПМ ДВО РАН (№ 075-01290-23-00) и при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (проект № 075-02-2023-946)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Амосова Е.В. Оптимальное управление течением вязкого теплопроводного газа // Сибирский журнал индустриальной математики, 2007, том 10, номер 2, с. 5–22.