НЕЛОКАЛЬНЫЕ МОДИФИКАЦИИ АСИМПТОТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ УСРЕДНЕНИЯ

Белоносов В.С.
Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск
bvs@math.nsc.ru

Доклад посвящен изучению дифференциальных уравнений

$$u''(t) + A^2 u = \varepsilon F(t, u) \qquad (*)$$

в гильбертовом пространстве H, где $u(t)$ — искомая функция вещественного аргумента t, A — линейный самосопряженный положительный оператор в H с вполне непрерывным обратным, ε — малый скалярный параметр, отображение F непрерывно по (t, u) и почти периодично по t. При $\varepsilon = 0$ уравнение (*) устойчиво. Потеря устойчивости при сколь угодно малых $\varepsilon \neq 0$ называется параметрическим резонансом. Это явление возникает во многих прикладных задачах и давно изучается научным сообществом. Для линейных по u возмущений $F(t, u)$ разработана весьма полная математическая теория [1], основанная на классическом методе усреднения Крылова–Боголюбова [2], позволяющего представить решение возмущенной задачи в виде композиции плавного медленного дрейфа и малых быстрых осцилляций. При этом уравнения медленного дрейфа являются автономными и с высокой точностью описывают качественные свойства точных решений. Однако при переходе к нелинейным задачам возникает новая проблема: фазовый портрет медленного дрейфа зависит от ε и при $\varepsilon \to 0$ может выходить за пределы области, где были установлены оценки погрешности приближений. Поэтому данный подход дает лишь локальное описание особенностей решений. Возникшую трудность можно преодолеть, если найти такую модификацию метода усреднения, чтобы фазовый портрет медленного дрейфа не зависел от ε. В общем виде эта задача пока не решена, но для уравнений в конечномерных пространствах с полиномиальными по u возмущениями $F(t, u)$ её удалось решить. В настоящем докладе приведена соответствующая модификация метода усреднения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Якубович В.А., Старжинский В.М.* Параметрический резонанс в линейных системах. Москва: Наука, 1987.
2. *Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А.* Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. Изд. 4-е. Москва: Наука, 1974.