

**Определение коэффициента теплопередачи в слоистых средах для  
параболических уравнений**

Белоногов В.А.

*Югорский государственный университет, Ханты-Мансийск  
vladimir.belonogov@yandex.ru*

Мы исследуем обратные задачи об определении коэффициентов теплопередачи, входящих в условие сопряжения. Рассматривается параболическое уравнение вида

$$Mu = u_t - Lu = f(t, x), \quad (t, x) \in Q = (0, T) \times G, \quad (1)$$

где  $Lu = \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(t, x)u_{x_i x_j} + \sum_{i=1}^n a_i(t, x)u_{x_i} + a_0(t, x)u$ ,  $G \in \mathbb{R}^n$  – ограниченная область с границей  $\Gamma$ . Считаем, что область  $G$  разделена на два открытые множества  $G^+$  и  $G^-$ . Мы рассматриваем один частный, но важный случай, когда условие  $G^- \subset G$  не выполнено. В этом случае в качестве пространственной области берем цилиндрическую область  $G = \Omega \times (0, l)$  ( $\Omega \subset \mathbb{R}^{n-1}$ ,  $\partial\Omega \in C^2$ ), причем  $G^+ = \cup_i G^{2i}$ ,  $G^- = \cup_i G^{2i-1}$ ,  $G^i = \Omega \times (l_{i-1}, l_i)$ ,  $l_0 = 0 < l_1 < \dots < l_m = l$ .

Введём обозначения:  $\Gamma^0 = \partial\Omega \times (0, l)$ ,  $S^0 = (0, T) \times \Gamma^0$ .

Уравнение (1) дополняется начальными и краевыми условиями:

$$Ru|_{S^0} = \varphi, \quad (2)$$

где  $Ru = u$  или  $Ru = \sum_{i,j=1}^{n-1} a_{ij}u_{x_j}\nu_i + \sigma u$ ;

$$u(0, x) = u_0(x) \quad (x \in G), \quad R_0u(t, x', 0) = \varphi_0, \quad R_1u(t, x', l) = \varphi_1, \quad (3)$$

где  $R_0u = u$  или  $R_0u = -u_{x_n} + \sigma_0u$ , соответственно,  $R_1u = u$  или  $R_1u = u_{x_n} + \sigma_1u$ , а также условиями сопряжения:

$$B_i^+u = \frac{\partial u_i^+}{\partial N} - \beta_i(u_i^+ - u_i^-) = g_i^+, \quad \frac{\partial u_i^+}{\partial N} = \frac{\partial u_i^-}{\partial N}, \quad i = 1, \dots, m-1, \quad (4)$$

где  $\frac{\partial u_i^\pm}{\partial N}(t, x') = \lim_{x_n \rightarrow l_i \pm 0} a_{nn}u_{x_n}(t, x', x_n)$ ,  $u_i^\pm = \lim_{x_n \rightarrow l_i \pm 0} u(t, x', x_n)$ .

Пусть  $x_{ij} = (x'_{ij}, l_j) \in \Gamma_0 = \partial G^+ \cap \partial G^-$  ( $j = 1, 2, \dots, m-1$ ,  $i = 1, 2, \dots, N_j$ ) – некоторый набор точек. К условиям сопряжения мы добавляем условия перепределения вида

$$u(t, x'_{ij}, x_n)|_{x_n=l_j+0} = \varphi_{ij}(t), \quad i = 1, 2, \dots, M_j, \\ u(t, x'_{ij}, x_n)|_{x_n=l_j-0} = \varphi_{ij}(t), \quad i = M_j + 1, \dots, N_j. \quad (5)$$

Задача состоит в нахождении решения уравнения (1), удовлетворяющего условиям (2)-(5) и неизвестных функций  $\beta_i$  вида  $\beta_i = \sum_{j=1}^{N_i} \alpha_{ij}(t)\Phi_{ij}(t, x')$  ( $i = 1, 2, \dots, m-$

1,  $x' = (x_1, x_2, \dots, x_{n-1})$ ), где функции  $\Phi_{ij}$  заданы, а функции  $\alpha_{ij}$  считаются неизвестными.

В настоящее время имеется большое количество работ, посвященных решению обратных задач тепломассопереноса в различных постановках, возникающих в приложениях. Но результаты связаны в основном с численным решением обратных задач. Насколько нам известно, теоретических результатов о разрешимости (или единственности решений) задач вида (1)-(5) в литературе не имеется. Однако теоретическое исследование и построение на этой основе новых теоретических результатов и надежных численных методов имеет большое значение. Как раз в данной работе мы изучаем вопросы корректности задачи (1)-(5), в частности, теоремы существования и единственности решений.