

ВОССТАНОВЛЕНИЕ РЕШЕНИЙ С РАЗЛИЧНЫМИ СВОЙСТВАМИ ГЛАДКОСТИ ЛИНЕЙНЫХ НЕКОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧ

Беляев В.В., Васин В.В.

*Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского УрО РАН,
Екатеринбург*

Уральский федеральный университет имени первого Президента России

*Б. Н. Ельцина, Екатеринбург
belyaev_vv@mail.ru
vasin@imm.uran.ru*

Исследуется некорректно поставленная задача в фоме линейного уравнения

$$Au = f$$

на паре нормированных пространств U, F с непрерывным оператором A ; правая часть задана приближенно элементом f_δ , $\|f - f_\delta\| \leq \delta$.

В работе рассмотрен модифицированный метод регуляризации Тихонова при условии, что решение линейного операторного уравнения представимо в виде суммы двух компонент с различными свойствами гладкости.

В одномерном случае рассмотрена двухкомпонентная модификация метода Тихонова для двух постановок: первая – решение содержит разрывы и изломы, вторая – решение содержит разрывы и гладкий фон. Доказаны теоремы о существовании нормального решения, сходимости приближенных решений.

В многомерном случае рассмотрена двухкомпонентная модификация метода Тихонова, при условии, что решение содержит разрывы и гладкий фон, сначала при фиксированном параметре сглаживания обобщенной вариации β , затем при стремлении этого параметра сглаживания к нулю. Доказаны теоремы о существовании нормального решения, сходимости регуляризующих алгоритмов, сходимости дискретных аппроксимаций регуляризованных компонент.

В качестве иллюстрации метода приведены результаты численных экспериментов решения уравнения Фредгольма I-го рода в одномерном и двумерном случаях. Рассматриваются примеры как с точными, так и с возмущенными исходными данными когда решение разрывно, решение имеет разрывную производную. А так же рассмотрены случаи с разделением решения на несколько компонент: компоненту с разрывами, компоненту с разрывами производной, гладкую компоненту.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. V.V. Belyaev. Analysis of the modified Tikhonov method for solving a linear ill-posed problem with a solution containing continuous and discontinuous components // Eurasian J. Math. Comput. Appl. 2020. Vol. 8, iss. 3, P. 4–11.
2. V.V. Vasin, V.V. Belyaev. The Modified Tikhonov regularization method with the smoothed total variation // Eurasian J. Math. Comput. Appl. 2021. Vol. 9, iss. 2, P. 88–100.