

Динамические модели транспортной логистики

Ю.А. Кочетов

Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН
Новосибирск

**Пятнадцатая Международная Азиатская Школа-семинар
"Проблемы оптимизации сложных систем"**

Новосибирск, 26 - 30 августа 2019 г.

Модели транспортной логистики

- Автомобильный транспорт (грузовой, пассажирский, городской, междугородний, ...)
- Железнодорожный транспорт (пассажирский, грузовой, скоростной, ...)
- Авиатранспорт (местные авиалинии, международные, ...)
- Водный транспорт (речной, морской, пассажирский, грузовой, ...)
- Другие (порты, склады, хабы, ...)

Задача маршрутизации транспортных средств

Дано: $G = (J, E)$ – оргграф с множеством вершин $J = \{1, \dots, n\}$
и множеством дуг E

$j = 1$ – гараж, $J' = J \setminus \{1\}$ – клиенты

$K = \{1, \dots, m\}$ – множество грузовиков

Q – грузоподъемность грузовика

q_j – вес груза для j -го клиента

c_{ij} – длина дуги $(i j)$.

Найти: каждому грузовику такой маршрут, проходящий через гараж, чтобы каждый клиент посещался ровно один раз, грузоподъемность грузовиков не была превышена, а суммарная длина маршрутов была минимальной.

Математическая модель

Переменные задачи

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{если грузовик } k \text{ едет из } i \text{ в } j \\ 0 & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$y_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{если грузовик } k \text{ посещает клиента } i \\ 0 & \text{в противном случае} \end{cases}$$

Модель ЦЛП

$$\min \sum_{ij \in J} c_{ij} \sum_{k \in K} x_{ijk}$$

при условиях:

$$\sum_{k \in K} y_{ik} = \begin{cases} 1, & i = 2, \dots, n; \\ m, & i = 1 \end{cases};$$

$$\sum_{i \in J} y_{ik} q_i \leq Q, \quad k \in K;$$

$$\sum_{j \in J} x_{ijk} = \sum_{j \in J} x_{jik} = y_{ik}, \quad i \in J, k \in K;$$

$$\sum_{ij \in S} x_{ijk} \leq |S| - 1, \quad \text{для всех } S \subseteq \{2, \dots, n\}, \quad k \in K;$$

$$y_{ik} \in \{0, 1\}, \quad x_{ijk} \in \{0, 1\}, \quad i, j \in J, k \in K.$$

Алгоритмы решения задачи VRP

Acronym	Reference	Approach	Gap (%)	$T^\#$ (min)
VCGLR11s	Vidal et al. (2012) slow	Hybrid GA	0.161	92.7
VCGLR11f	Vidal et al. (2012) fast	Hybrid GA	0.267	28.5
NB09	Nagata and Bräysy (2009)	Hybrid GA	0.273	29.2
GGW11	Groër et al. (2011)	Para. R-to-R	0.296	129
MB07s	Mester and Bräysy (2007) slow	EA+ELS	0.327	22.4
ZK10	Zachariadis and Kiranoudis (2010a)	GLS+Tabu	0.430	26.7
JCL11	Jin et al. (2011)	Guided Tabu	0.448	180
MM11	Marinakis and Marinaki (2011)	Bees mating	0.560	117
JCL12	Jin et al. (2012)	Coop Tabu	0.600	330
P09	Prins (2009a)	GRASP+ELS	0.630	6.09
RDH04	Reimann et al. (2004)	ACO	0.930	7.05
T05	Tarantilis (2005)	Ad.M.+Tabu	0.931	2.02
CM11	Cordeau and Maischberger (2012)	Iter. Tabu	0.939	30.8
MM10	Marinakis and Marinaki (2010)	GA+PSO	0.987	2.48
DK07	Derigs and Kaiser (2007)	ABHC	1.017	106
GGW10	Groër et al. (2010)	R-to-R + EC	1.186	0.82
MB07f	Mester and Bräysy (2007) fast	EA+ELS	1.230	0.20
PR07	Pisinger and Ropke (2007)	ALNS	1.347	10.8
LGW05	Li et al. (2005)	R-to-R	1.390	0.33
MMP06	Marinakis et al. (2006)	Hybrid GA	1.559	0.23
P04	Prins (2004)	Hybrid GA	1.662	10.6

Новые модели маршрутизации

Получены сотни новых моделей. Попытки их классификации привели к выделению трех основных категорий атрибутов:

- **Ресурсные атрибуты:** разнородность транспортных средств и ограниченность их числа, несколько депо, периодичность в обслуживании, посещение клиента несколькими машинами и др.
- **Атрибуты последовательностей клиентов:** «привести груз, потом забрать тару», прицепы, многократное посещение депо, сети дорог в виде деревьев, цепей (береговая линия) и др.
- **Оценка маршрутов и требований к ним:** временные окна у клиентов, смены у водителей, технические перерывы, упаковка товара внутри машины, ограничение на длину маршрута, необязательное возвращение в депо и др.

Динамическая задача маршрутизации

$M = \{0, 1, \dots, m\}$ — множество депо

$I = \{m + 1, m + 2, \dots, n\}$ — множество клиентов

$V = M \cup I$

$D = \{0, 1, \dots, L - 1\}$ — множество дней

$K = \{1, \dots, r\}$ — множество ТС

$m(k)$ — номера депо, соответствующие ТС $k \in K$

T — продолжительность рабочего дня

s_i — время обслуживания клиента $i \in I$

μ_i — частота посещения клиента $i \in I$

$\tau_i = \lfloor |D| / \mu_i \rfloor$ — временной интервал между посещениями

q_i — запрос клиента $i \in I$

v_k — грузоподъемность ТС $k \in K$

d_{ij} и t_{ij} — расстояние и время передвижения между $i, j \in N$

Переменные задачи

$$w_{id} = \begin{cases} 1, & \text{если клиент } i \text{ в день } d \text{ посещается,} \\ 0, & \text{иначе;} \end{cases}$$

$$x_{ijkd} = \begin{cases} 1, & \text{если ребро } (i, j) \text{ проходится ТС } k \text{ в день } d, \\ 0, & \text{иначе;} \end{cases}$$

$$y_{ikd} = \begin{cases} 1, & \text{если ТС } k \text{ посещает клиента } i \text{ в день } d, \\ 0, & \text{иначе;} \end{cases}$$

u_{ikd} — номер клиента i в расписании у ТС k в день d .

Математическая модель задачи

- $$\min \sum_{d \in D} \sum_{k \in K} \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} d_{ij} x_{ijkd} \quad (1) \quad \text{целевая функция}$$
- $$\sum_{i \in I} q_i y_{ikd} \leq v_k, \quad k \in K, d \in D \quad (2) \quad \text{ограничение на грузоподъемность}$$
- $$y_{mkd} = \begin{cases} 1, & m = m(k) \\ 0, & m \neq m(k) \end{cases} \quad m \in M, k \in K, d \in D \quad (3) \quad \text{распределение ТС по депо}$$
- $$\sum_{k \in K} y_{ikd} = w_{id}, \quad i \in I, d \in D \quad (4) \quad \text{задание частоты посещения клиентов}$$
- $$\sum_{d \in D} w_{id} = \mu_i, \quad i \in I \quad (5) \quad \text{равномерные интервалы между посещениями}$$
- $$\sum_{t=0}^{\tau_i-1} w_{i(d+t)} = 1, \quad i \in I, d \in \{0, \dots, (\mu_i - 1)\tau_i\} \quad (6) \quad \text{согласованность ТС}$$
- $$w_{i\alpha} + w_{i\beta} - 2 \leq y_{ik\alpha} - y_{ik\beta}, \quad i \in I, k \in K, \alpha, \beta \in D, \alpha \neq \beta \quad (7) \quad \text{связность маршрутов}$$
- $$\sum_{i \in V} x_{ijkd} = \sum_{i \in V} x_{jikd} = y_{jkd}, \quad j \in V, k \in K, d \in D \quad (8) \quad \text{устранение подциклов}$$
- $$u_{ikd} - u_{jkd} + n x_{ijkd} \leq n - 1, \quad i, j \in V, k \in K, d \in D \quad (9) \quad \text{ограничение на время рабочей смены}$$
- $$\sum_{i \in V} \sum_{j \in V} x_{ijkd} (t_{ij} + s_j) \leq T, \quad k \in K, d \in D \quad (10) \quad \text{ограничение на время рабочей смены}$$
- $$u_{ikd} \geq 0, \quad i \in V, k \in K, d \in D \quad (11)$$
- $$w_{id}, x_{ijkd}, y_{ikd} \in \{0, 1\}, \quad i, j \in V, k \in K, d \in D \quad (12)$$

Штрафы

$\kappa_{kd} \geq 0$ — превышение грузоподъемности для ТС $k \in K$ в день $d \in D$;

$\varepsilon_{kd} \geq 0$ — сверхурочные часы для ТС $k \in K$ в день $d \in D$;

$\gamma_{kd} \geq 0$ и $\lambda \geq 0$ — соответствующие им штрафы.

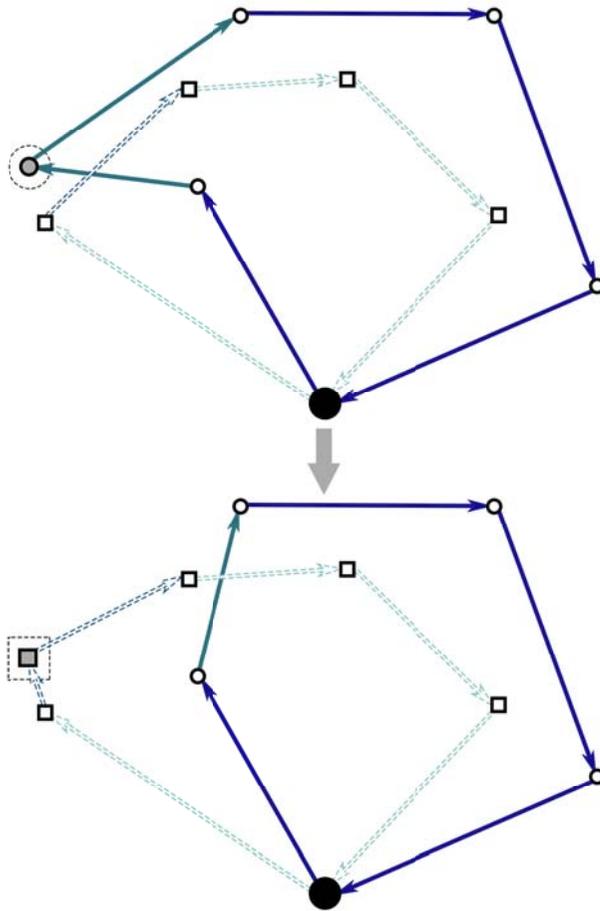
$$L(x, \gamma, \lambda) = \min \sum_{d \in D} \sum_{k \in K} \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} d_{ij} x_{ijkd} + \sum_{d \in D} \sum_{k \in K} (\gamma_{kd} \kappa_{kd} + \lambda_{kd} \varepsilon_{kd}); \quad (13)$$

$$\kappa_{kd} \geq \sum_{i \in V} q_i y_{ikd} - v_k, \quad k \in K, d \in D; \quad (14)$$

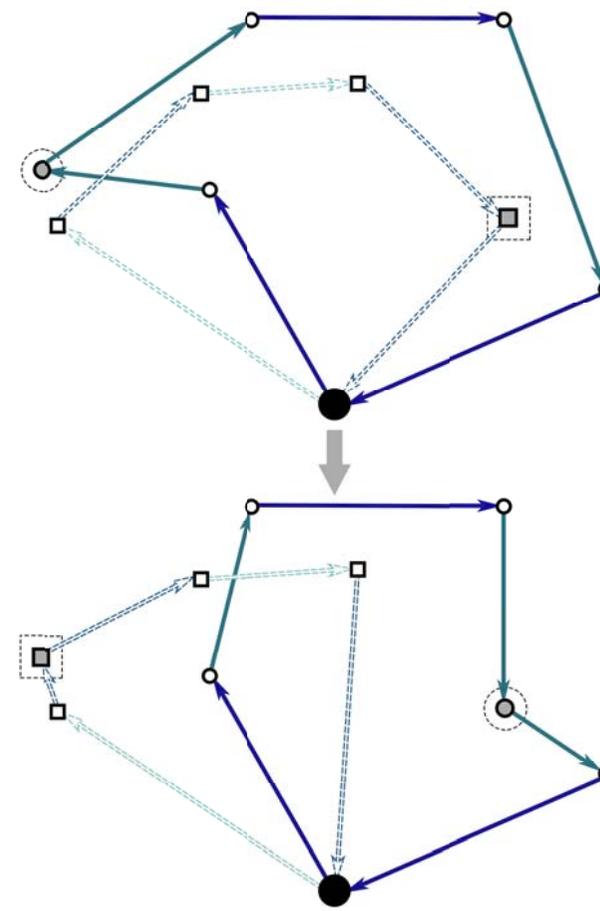
$$\varepsilon_{kd} \geq \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} x_{ijkd} (t_{ij} + s_j) - T, \quad k \in K, d \in D. \quad (15)$$

Алгоритм локального поиска

Используемая метаэвристика – VNS (*Variable Neighborhood Search*)



Окрестность «Сдвиг»



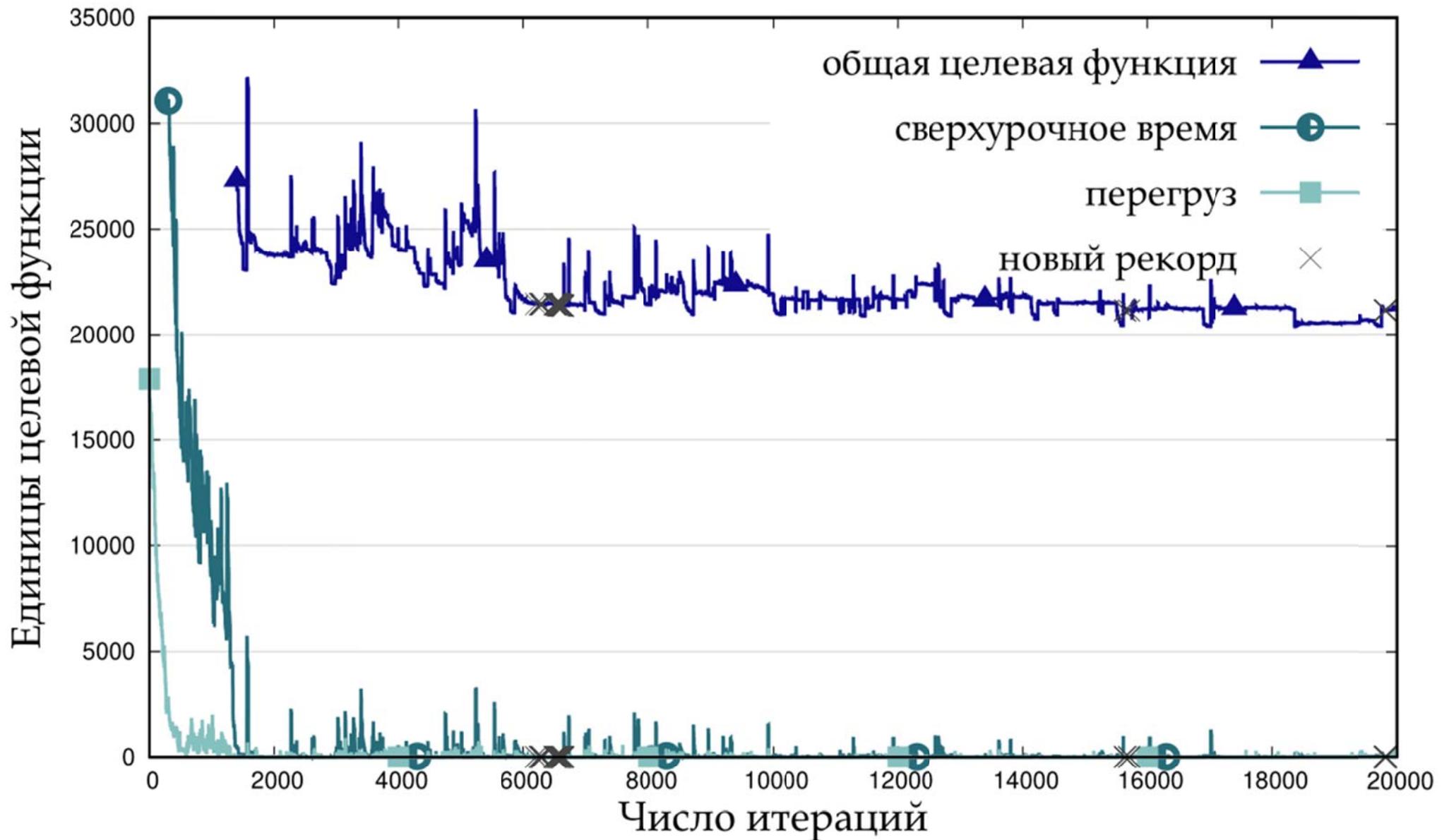
Окрестность «Замена»

Алгоритм VNS

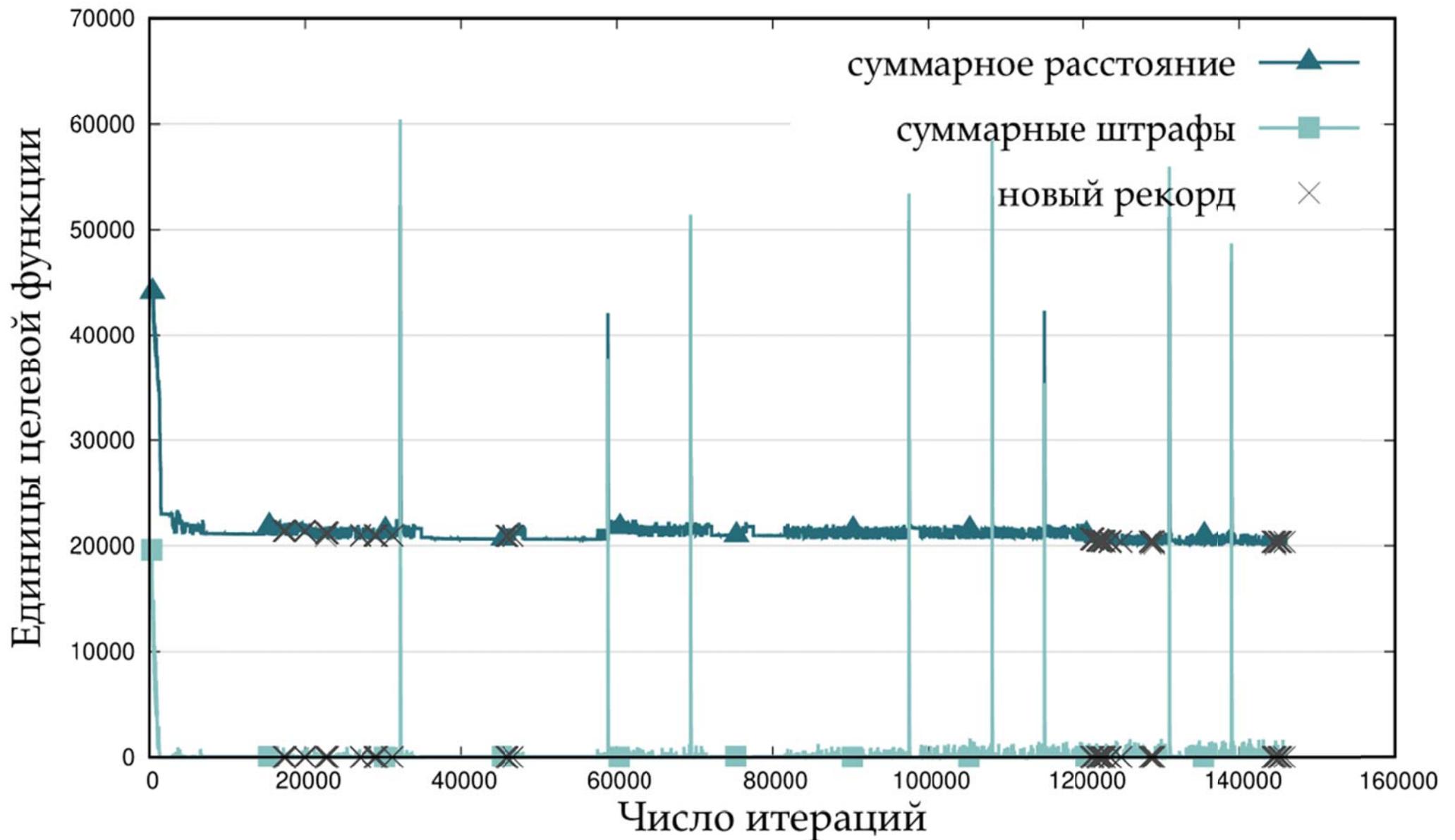
Require: начальное решение σ , окрестности N_1, \dots, N_8 , критерий остановки, правила интенсификации и встрясок

1. Задать параметры $\lambda_{kd}, \gamma_{kd}, q_1, \dots, q_4, l, R$
 2. **while** не достигнут критерий остановки **do**
 3. $k = 1$
 4. **while** $k \leq 8$ **do**
 5. Применить локальный поиск по окрестности N_k
 6. $k = k + 1$
 7. Применить локальный спуск по окрестности $2-opt$ для каждой пары (k, d)
 8. Интенсификация и обновление штрафов
 9. Встряска
 10. Применить локальный спуск по окрестности «Замена» с $q = 1$
 11. Применить локальный спуск по окрестности $2-opt$ для каждой пары (k, d)
- return** лучшие найденные решения

Результаты для $L = 20$, $|K| = 9$, $|I| = 892$



Результаты для $L = 20$, $|K| = 9$, $|I| = 892$



Учет динамических исходных данных

Задача комбинаторной оптимизации

$$\min f(w, x)$$

при условии: $x \in X$

Значения параметров $w = (w_i)$ предполагаются известными.

Новая модель:

$$\max \rho$$

при условии: $f(w + \lambda, x) \leq B$

$$\|\lambda\| \leq \rho, \quad x \in X$$

Требуется найти B -допустимое решение \hat{x} и его радиус устойчивости ρ , при котором \hat{x} будет B -допустимым в любом сценарии $w + \lambda$, $\|\lambda\| \leq \rho$.

Модель с динамическими параметрами

max ρ

$$\sum_{ij \in J} (c_{ij} - \beta_{ij} \lambda_{ij}) \sum_{k \in K} x_{ijk} \leq C$$

$$\sum_{k \in K} y_{ik} = \begin{cases} 1, & i = 2, \dots, n; \\ m, & i = 1 \end{cases};$$

$$\sum_{i \in J} y_{ik} q_i \leq Q, \quad k \in K;$$

$$\sum_{j \in J} x_{ijk} = \sum_{j \in J} x_{jik} = y_{ik}, \quad i \in J, k \in K;$$

$$\sum_{ij \in S} x_{ijk} \leq |S| - 1, \quad \text{для всех } S \subseteq \{2, \dots, n\}, \quad k \in K;$$

$$\lambda_{ij} \geq \rho \geq 0, y_{ik} \in \{0,1\}, x_{ijk} \in \{0,1\}, \quad i, j \in J, k \in K.$$

Заключение

- Маршрутизация транспортных средств — активно развивающаяся область исследования операций
- Гибридные метаэвристики занимают доминирующее положение в приложениях
- Разработаны новые модели для учета стохастической природы исходных данных.