

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева Сибирского
отделения Российской академии наук
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «НОВОСИБИРСКИЙ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**Всероссийская конференция с
международным участием
«Нелинейные волны – 2021»**

посвященная 75-летию со дня рождения чл.-корр. РАН В.М. Тешукова

2 – 4 марта 2021 г.

Новосибирск
2021

Всероссийская конференция с международным участием «Нелинейные волны – 2021» приурочена к 75-летию со дня рождения члена-корреспондента РАН Владимира Михайловича Тешукова, возглавлявшего ИГиЛ СО РАН с 2004 по 2008 гг. и внесшего существенный вклад в механику сплошной среды и теоретическую гидродинамику. Научная тематика конференции предполагает обсуждение проблем распространения нелинейных волн в неоднородной жидкости, математической гидродинамики, а также других актуальных вопросов механики сплошных сред.

Конференция пройдет на базе Института гидродинамики им. М.А. Лаврентьева. Открытие конференции и первое заседание с 14:00 до 15:40 в первый день конференции будет проходить в смешанном формате (в конференц-зале ИГиЛ СО РАН и Zoom). Последующие заседания с 16:00 и следующие два дня конференции пройдут в онлайн-формате (в Zoom). Рабочие языки конференции русский и английский. Время указано новосибирское (МСК +4, UTC +7).

Оглавление

Численный анализ задач управления для стационарных моделей теплопереноса (Г. В. Алексеев, Д. А. Терешко)	5
Прорывные технологии в энергетике на ближайшие 10 лет (С. В. Алексеев)	6
Программный комплекс LOTRAN для определения перехода к турбулентности: успехи и перспективы (А. В. Бойко, К. В. Демьянко, С. В. Кириловский, Ю. М. Нечепуренко, Т. В. Поплавская)	7
Трехмерная гемодинамика в областях, зависящих от времени: неизбежно ли FSI-моделирование? (Ю. В. Василевский, М. А. Ольшанский, А. В. Лозовский, А. А. Данилов, Т. К. Добросердова, В. Ю. Саламатова, А. А. Легкий)	8
Абсолютная и конвективная неустойчивость затопленных струй вязкой жидкости (В. В. Веденеев)	8
Течения с подвижной поверхностью (А. М. Гайфуллин)	10
Экспериментальное моделирование концевой блокировки трещины гидроразрыва пласта (С. В. Головин, А. С. Бесов, А. В. Чеботников)	10
Качественные свойства нестационарных одномерных течений колебательно возбужденного газа (Ю. Н. Григорьев, С. В. Мелешко, С. Пианут)	11
Длинные нелинейные стоячие волны в протяженном бассейне с пологими берегами (С. Ю. Доброхотов, В. А. Калиниченко, Д. С. Миненков, В. Е. Назайкинский)	12
Точные решения нелинейных эволюционных уравнений параболического типа с особенностями (А. Л. Казаков)	13
Интегрирование уравнений Буссинеска и Кадомцева-Петвишвили (О. В. Капцов, Д. О. Капцов)	13
Нелинейная связанная модель обработки поверхности потоком частиц с учетом формирования новой фазы (А. Г. Князева, Е. С. Парфенова)	14
Численно-аналитическое описание звукового удара (А. Н. Крайко, Х. Ф. Валиев)	14
Формирование магнитных филаментов в конвективной зоне Солнца (Е. А. Кузнецов, Е. А. Михайлов)	17
Асимптотическая устойчивость структуры спонтанно излучающей ударной волны (А. Г. Куликовский, А. Т. Ильичев, А. П. Чугайнова, В. А. Шаргатов)	18

Биомеханическая модель билиарной системы и ее применение в хирургии желчнокаменной болезни (А. Г. Кучумов, Ю. И. Няшин, В. А. Самарцев)	18
Гиперболичность в уравнениях пограничного слоя. Методы управления течениями, использующими этот эффект (И. И. Липатов)	19
Метод коммутаторов для интегрирования матричного уравнения Риккати (М. В. Нецадим, С. А. Васюткин, А. П. Чупахин)	20
Идеальная Газовая Динамика. Новые вариационные принципы (М. В. Павлов)	21
Объемный рост несжимаемого материала нео-Гука (П. И. Плотников)	21
Частичная инвариантность и задачи со свободными границами (В. В. Пухначев)	22
О волновых процессах в холодной плазме (О. С. Розанова)	22
Термодинамически согласованная модель для расчета волновых полей в насыщенной пористой среде (Е. И. Роменский)	23
Моделирование упругопластических ударных волн на основе принципов необратимой термодинамики (В. М. Садовский)	24
Локальная разрешимость задачи со свободной границей в МГД идеальной сжимаемой жидкости с поверхностным натяжением (Ю. Л. Трахнин)	25
Задача оптимального управления, возникающая при математическом моделировании эмболизации церебральной сосудистой патологии (А. А. Черевко, Т. С. Гологуш, В. В. Остапенко)	26
Катящиеся волны в пленочных течениях степенной жидкости (А. А. Чесноков)	26
Исследование характеристик воздействия длинных поверхностных волн на неподвижный частично погруженный недеформируемый объект методами численного моделирования (О. И. Гусев, Г. С. Хакимзянов, Л. Б. Чубаров)	27
Структура разрывов в решениях уравнений, описывающих продольно-крутильные волны в цилиндрах (А. П. Чугайнова, А. Г. Куликовский)	27
Исследование закономерностей роста структур мозга плода человека на основе данных МРТ (А. П. Чупахин, А. М. Коростышевская, Д. В. Паршин, А. Р. Акулова, Т. А. Немчанинова)	28
Асимптотические решения уравнений газовой динамики, описывающие сглаженные разрывы (А. И. Шафаревич)	28
Эффективная вязкость суспензий частиц: роль вращательной диффузии (В. В. Шелухин)	29
Kelvin-Voigt equations for nonhomogeneous incompressible fluid (S. N. Antontsev, H. B. de Oliveira, Kh. Khompysh)	29
Modelling of wave propagation in the brain cortex (V. Volpert)	31
Involutions of curl – type: from quantum mechanics to multiphase flows (S. Gavriljuk)	31

Conformal invariance of the 1-point statistics of the zero-isolines of 2d scalar fields in inverse turbulent cascades (<i>V. N. Grebenev, M. Waclawczyk, M. Oberlack</i>)	32
Mathematical model of multi-dimensional shear shallow water flows (<i>K. Ivanova, S. Gavriilyuk</i>)	33
Conservation Laws and Group Analysis of the Green-Naghdi Equations (<i>S. V. Meleshko, E. I. Kaptsov, N. F. Samatova, P. Siritwat</i>)	35
A framework for continuous modeling of solid-fluid transformations (<i>I. Peshkov, M. Dumbser, E. Romenski</i>)	35
Magnetic Janssen Effect (<i>S. Santucci</i>)	36
The elastic nature of the glycocalix layer (<i>U. Windberger, L. Noirez, D. Baier</i>)	37

Численный анализ задач управления для стационарных моделей теплопереноса

3 марта,
14:40-
15:00

Г. В. Алексеев^{1,2}, Д. А. Терешко¹

¹Институт прикладной математики ДВО РАН, Владивосток

²Дальневосточный федеральный университет, Владивосток

В последние годы значительное внимание уделяется задачам управления для моделей теплопереноса в твердых и жидких средах. Одно из перспективных направлений в этой области связано с проектированием специальных устройств, изменяющих направление потока тепла для достижения определенных целей. В качестве таких целей могут выступать тепловое экранирование или маскировка физического объекта (см., например, [1]), концентрирование либо инверсия потока тепла в некоторой подобласти (см. [2, 3]), а также искажение теплового образа объекта при помощи специальной оболочки [4].

К настоящему времени для проектирования указанных выше устройств разработано несколько подходов, основанных на решении прямых либо обратных задач для стационарных моделей теплопереноса. Нужно отметить, что использование этих подходов часто приводит к решениям, которые не могут быть реализованы на практике. Один из путей преодоления указанных трудностей заключается в использовании оптимизационных методов. В рамках данного подхода задачи проектирования устройств управления тепловыми потоками формулируются как обратные задачи нахождения коэффициентов теплопроводности материалов, используемых при создании устройства. Далее указанные задачи сводятся к задачам управления, в которых в качестве управляющих параметров выступают коэффициенты теплопроводности, а цель воздействия на поток тепла описывается соответствующим функционалом качества. Для численного решения полученных задач разработаны специальные алгоритмы глобальной оптимизации, основанные на коллективном поведении децентрализованных самоорганизующихся систем (см. [1]). Развиваемый авторами универсальный подход позволяет решать широкий круг задач управления потоками тепла в сплошных средах за счет использования высокоэффективных и легко реализуемых на практике материальных оболочек.

Литература

1. Alekseev G. V., Tereshko D. A. *Particle swarm optimization-based algorithms for solving inverse problems of designing thermal cloaking and shielding devices*. Int. J. Heat Mass Transf. 2019. V. 135. P. 1269–1277.
2. Fachinotti V. D. et al. *Optimization-based design of easy-to-make devices for heatflux manipulation*. Int. J. Therm. Sci. 2018. V. 128. P. 38–48.
3. Алексеев Г.В., Левин В.А., Терешко Д.А. *Проектирование тепловых концентраторов наивысшей эффективности на основе оптимизационного метода*. Докл. РАН. Физика, техн. науки. 2020. Т. 491. С. 71–74.
4. Han T. et al. *Full control and manipulation of heat signatures: cloaking, camouflage and thermal metamaterials*. Adv. Mater. 2014. V. 26. P. 1731–1734

Прорывные технологии в энергетике на ближайшие 10 лет

2 марта,
14:10-
14:40

С. В. Алексеенко

Институт теплофизики СО РАН, Новосибирск
Новосибирский государственный университет, Новосибирск

Энергетика – базис экономики любой страны вне зависимости от технологического уклада. Развитие цивилизованного общества связывают с достижениями науки и технологий. При этом, фундаментальная роль отводится энергетике. Более того, именно масштабом освоения энергии определяется уровень технологического развития цивилизации. Поэтому научные достижения невозможно рассматривать в отрыве от состояния энергетических технологий. Ниже приводится список энергетических технологий, которые потенциально можно отнести к категории **прорывных**, причем, на разных основаниях. Одни из них давно уже известны, например, парогазовые установки. Их прорывный характер связывается с масштабностью применения в энергетике вследствие того, что они обладают самым высоким КПД в теплоэнергетике и достаточно хорошо освоены промышленностью. Другие, типа цикла Аллама, конечно не будут массово применяться в ближайшее время, но их уникальные энергетические, экологические и экономические показатели позволяют надеяться на создание базы будущей энергетике, удовлетворяющей основным требованиям общества. Кроме того, представленные технологии весьма разнородны по своему типу – от чисто физических технологий до организационных мероприятий, вследствие чего их трудно сравнивать между собой. В докладе дано описание и обоснование указанных прорывных технологий, а также обсуждается роль фундаментальной науки в развитии и реализации таких технологий.

Перечень прорывных технологий в энергетике на ближайшие 10 лет:

1. **Парогазовые установки (ПГУ)** на природном газе.
2. Угольные энергоблоки с **суперсверхкритическими** параметрами пара.
3. **Цикл Аллама на природном газе.**
4. Газификация угля с получением синтез-газа и последующим его использованием в цикле Аллама (**цикл Аллама на угле**).
5. **Водородная энергетика** (экономика).
6. **Цифровая энергетика** – цифровое (интеллектуальное) управление производством, распределением и потреблением энергии (цифровой двойник, умные сети, умный город, умный дом).
7. **Распределенная генерация** на базе возобновляемых источников энергии (ВИЭ) и других маломощных локальных источников энергии.

8. Атомные электростанции (**АЭС**) с реакторами на **быстрых нейтронах** и замкнутым ядерным топливным циклом (**ЗЯТЦ**).
9. Новые материалы для энергетики на базе одностенных углеродных **нанотрубок** (электроды для электрохимических генераторов и др.).
10. **Электрохимические генераторы тока** (литий-ионные батареи, топливные элементы) для (а) автономного энергоснабжения, (б) регулирования и резервирования в электросетях, (в) электротранспорта.
11. **Солнечные панели** на новых материалах (перовскит, арсенид галлия, полимеры).
12. **Низкопотенциальная** энергетика на базе когенерационных установок, тепловых насосов, бинарных циклов.
13. Технологии переработки **горючих отходов** с генерацией энергии на базе плазменной газификации и роботизированной сортировки мусора.
14. **Электротранспорт**.
15. **Сланцевая нефть Баженовской свиты**.

Программный комплекс LOTRAN для определения перехода к турбулентности: успехи и перспективы

А. В. Бойко, К. В. Демьянко, С. В. Кириловский, Ю. М. Нечепуренко, Т. В. Поплавская

Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН,
Новосибирск

2 марта,
17:00-
17:20

В последние годы соавторами этого доклада был разработан программный комплекс LOTRAN для анализа аэродинамической устойчивости и расчета ламинарно-турбулентного перехода в пограничных слоях на основе данных о ламинарном обтекании тел потоком вязкого сжимаемого газа. В настоящей работе обобщена практика работы комплекса в связке с пакетом ANSYS Fluent для расчета положений перехода в ряде аэродинамических течений, представляющих практический интерес. Также рассматриваются пути дальнейшего совершенствования и расширения возможностей LOTRAN.

Трёхмерная гемодинамика в областях, зависящих от времени: неизбежно ли FSI-моделирование?

Ю. В. Василевский, М. А. Ольшанский, А. В. Лозовский, А. А. Данилов, Т. К. Добросердова, В. Ю. Саламатова, А. А. Легкий

Институт вычислительной математики имени Г. И. Марчука РАН, Москва
Московский физико-технический институт, Долгопрудный
Первый Московский государственный медицинский университет имени И.М. Сеченова, Москва

4 марта,
14:40-
15:00

В докладе будут рассмотрены три приложения, в которых можно избежать учета взаимодействия течения несжимаемой жидкости и упругих стенок (FSI), применяя более простые модели: расчеты кровотока в желудочках сердца, кровотока в бифуркации аорты, аортального клапана в закрытом состоянии.

Абсолютная и конвективная неустойчивость затопленных струй вязкой жидкости

В. В. Веденеев

МГУ имени М.В. Ломоносова, НИИ механики, Москва

4 марта,
17:10-
17:30

Абсолютный или конвективный характер неустойчивости сдвиговых течений оказывает большое влияние на развитие возмущений, в том числе на возможность реализации ламинарных течений на практике (рис. 1). Неустойчивость в однонаправленных затопленных струях, вызванная точкой перегибой в профиле скорости, обычно считается конвективной, хотя строго это было доказано лишь для одного конкретного семейства профилей как для плоских [1], так и для круглых [2] струй. Недавно в невязком приближении было показано [3], что существуют условия, в которых неустойчивость круглой струи без возвратного течения становится абсолютной. А именно, были установлены два фактора, управляющих характером неустойчивости – величина скорости в точке перегиба профиля скорости и «крутизна» профиля скорости в точке перегиба – и продемонстрирован профиль скорости, в котором сочетание этих факторов приводит к смене конвективного характера неустойчивости на абсолютный.

В настоящей работе этот вопрос исследуется с учётом вязкости. В плоскопараллельном приближении исследуется плоская затопленная струя несжимаемой жидкости, задаваемая профилем осевой скорости $U(y)$. Рассматривается семейство параметризованных профилей, обеспечивающее гладкий переход от «классического» профиля скорости с единственной точкой перегиба, скорость в которой равна половине максимальной скорости, к профилю скорости, неустойчивость которого в невязком приближении абсолютна. Численным решением задачи на собственные значения для уравнения Рэлея (в невязком приближении) или Орра-Зоммерфельда (с учётом вязкости) анализируется положение седловой точки в комплексной плоскости функции $\omega(\alpha)$, где ω – комплексная частота, α – комплексное волновое число. На первом этапе продемонстрировано, как в

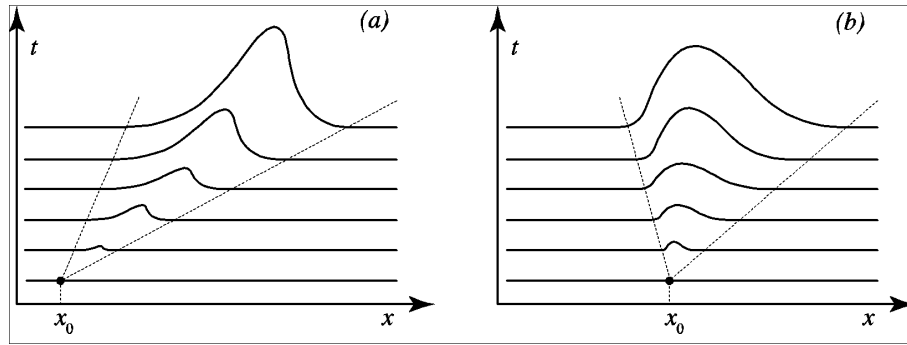


Рис. 1: Поведение во времени локализованного возмущения в конвективно (а) и абсолютно (б) неустойчивой струе.

невязком приближении происходит движение седловой точки при гладкой деформации профиля скорости и, соответственно, смена конвективного характера неустойчивости на абсолютный.

На втором этапе для профилей скорости, абсолютно неустойчивых в невязком приближении, показано, что с учётом вязкости неустойчивость снова становится конвективной, если число Рейнольдса ниже некоторого критического значения. Найдена зависимость этого критического числа Рейнольдса от профиля скорости и показано, что оно может быть достаточно низким, при котором в экспериментах наблюдаются ламинарные участки струй. Обсуждаются возможные способы создания абсолютно неустойчивых струй и их возможные применения в технике.

Работа поддержана грантом РФФИ № 20-19-00404.

Литература

1. Huerre P., Monkewitz P.A. *Absolute and convective instabilities in free shear layers* // J. Fluid Mech. 1985. V.159. P. 151-168.
2. Abid M, Brachet M, Huerre P. *Linear hydrodynamic instability of circular jets with thin shear layers* // Eur. J. Mech. B/Fluids. 1993. V.12(5). P. 683-693.
3. V. Vedeneev, J. Zayko. *On absolute instability of free jets* // Journal of Physics: Conference Series. 2018. Vol. 1129. 012037.

Течения с подвижной поверхностью

А. М. Гайфуллин

Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н. Е. Жуковского, Московская обл.

2 марта,
16:40-
17:00

Рассматриваются два примера течения вязкого газа, вызванного движущимися поверхностями. Первый пример посвящен обтеканию трансзвуковым потоком плоской пластины, установленной под нулевым углом атаки. Поверхность пластины подвижная – скорость направлена против потока. Начиная с некоторой относительной скорости движения поверхности пластины, течение становится неустойчивым, что приводит к периодичности характеристик течения по времени. Из завихренных зон то над пластиной, то под ней, периодически выплескиваются вихри, уходящие в след за пластиной. Появляется подъемная сила. Если взять интеграл по периоду от подъемной силы, то он окажется нулевым. Иная картина наблюдается при достаточно больших относительных скоростях поверхности. Течение по-прежнему является периодическим, но интеграл от подъемной силы становится ненулевым. Такое течение можно назвать интегрально несимметричным. Это новый вид несимметричности обтекания при симметриях набегающего потока и геометрии обтекаемого тела.

Хорошо известна задача о плоской струе несжимаемой жидкости с постоянным потоком импульса сквозь ее сечение $J = const$. Толщина такой струи при больших числах Рейнольдса растет пропорционально $x^{\frac{2}{3}}$, а скорость на оси падает как $x^{-\frac{1}{3}}$. Обсуждается вопрос о возможности создания струй с потоком импульса, меняющимся вдоль продольной координаты по произвольному закону $J = J(x)$. Такую струю можно создать с помощью подвижной поверхности. При растущем импульсе скорость на оси струи также может оказаться растущей. Подробно исследуется течение с $J \sim x$. Определяется автомодельность такого течения, и изменение толщины и максимума скорости у таких струй.

Экспериментальное моделирование концевого блокирования трещины гидроразрыва пласта

С. В. Головин, А. С. Бесов, А. В. Чеботников

Институт гидродинамики имени М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

2 марта,
18:20-
18:40

Одной из основных частей технологии гидроразрыва пласта является закачка расклинивающего агента (проппанта) в создаваемую трещину. В силу фильтрационных утечек жидкости, движение проппанта опережает среднее движение жидкости. Таким образом, в некоторый момент проппант достигает вершины создаваемой трещины и блокирует ее дальнейшее развитие. Определение этого события очень важно для практики, поскольку позволяет сократить непроизводительные закачки проппанта, предотвратить возможные аварийные ситуации и достичь требуемых параметров трещины. С точки зрения теоретического моделирования, в момент концевого блокирования происходит смена типа течения суспензии: переход от переноса проппанта к фильтрации несущей

жидкости через остановившуюся пропантную пачку. Для настройки подобных моделей и получения надежных эмпирических данных, эффект концевое блокирования был воспроизведен в экспериментальной установке для моделирования транспорта и локального запираания пропанта. Установка была дооборудована дополнительными датчиками, позволяющими измерять давление по всей длине модельной трещины, в том числе, в зоне остановившегося пропанта. Получены экспериментальные зависимости динамики давления жидкости по длине трещины, включающие зоны течения и фильтрации. Анализ полученных данных показывает, что теоретическое моделирование процесса концевое блокирования должно включать учет неньютоновской реологии несущей жидкости, поскольку наблюдаемый рост давления не может быть объяснен применяемыми на данный момент в литературе соотношениями, основанными на классических законах Дарси и Пуазейля. Обсуждается возможный вид таких зависимостей с учетом реологии и структуры реальных жидкостей гидроразрыва.

Качественные свойства нестационарных одномерных течений колебательно возбужденного газа

Ю. Н. Григорьев, С. В. Мелешко, С. Пианут

Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск

2 марта,
15:20-
15:40

Исследованы математические свойства системы нестационарных одномерных уравнений, описывающих течения невязкого колебательно возбужденного газа, для случаев цилиндрической и сферической симметрий. Найдены законы сохранения в дивергентной дифференциальной и интегральной формах. При условии постоянства времени релаксации $\tau = const$ для нее вычислены полные допустимые алгебры (группы) Ли, построены оптимальные системы одномерных подалгебр, получены соответствующие представления инвариантных решений и фактор-уравнения для них, найдены в явном виде некоторые частные решения. Показано, что в отличие от аналогичной системы для идеального газа допустимые алгебры Ли не содержат оператора одновременного растяжения независимых переменных, с которым связаны известные автомодельные решения задач с сильными ударными волнами. Чтобы получить интересные с физической точки зрения обобщения этих решений на случай колебательно возбужденного газа предложена модификация уравнения Ландау - Теллера для колебательной температуры газа. Это позволило включить в допустимую алгебру Ли необходимый оператор и вывести для модифицированной системы фактор – систему в автомодельных переменных. В качестве примера на ее основе решена задача о сильном точечном взрыве, для которой получен известный эффект отставания роста колебательной температуры от статической за фронтом ударной волны.

Длинные нелинейные стоячие волны в протяженном бассейне с пологими берегами

С. Ю. Доброхотов, В. А. Калининченко, Д. С. Миненков, В. Е. Назайкинский

Институт проблем механики РАН им. А. Ю. Ишлинского, Москва
Московский физико-технический институт, Долгопрудный

3 марта,
16:00-
16:20

Задача рассматривается в рамках одномерной нелинейной системы уравнений мелкой воды с медленно меняющимся неровным дном. Дно задается на интервале $(a - q, b + q)$, $q > 0$, гладкой функцией $D(x)$, положительной на интервале (a, b) . Изучаются периодические по времени решения двух задач. В первом случае предполагается, что $D(a) = D(b) = 0$, причем $D'(a)$ и $D'(b)$ не обращаются в ноль. Во втором случае предполагается, что $D(a) = 0$ и $D'(a)$ не обращаются в ноль, но на границе $x = b$ скорость движения жидкости обращается в ноль. Первый случай моделирует протяженный бассейн с пологими (в направлении движения жидкости) берегами, второй - когда один из таких берегов - вертикальная стенка. Решение линеаризованных задач выражается через полиномы Лежандра или функции Бесселя, эти решения хорошо приближают решения нелинейных задач вдали от точек a , b в первом случае или точки b - во втором. Около точек a и b или точки a (то есть около берега) решение нелинейной задачи, описывающее периодический накат, строится с помощью преобразования Карриера-Гринспана и его модификаций. Приводится сравнение теоретических формул с результатами эксперимента, полученными на установке Института проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН. Установка состоит из вибростенда, обеспечивающего периодические вертикальные колебания бассейну вида протяженного прямоугольного параллелепипеда, в который встроена имитирующая наклонное дно плоскость. Колебания установки приводят к появлению на резонансных частотах нелинейных стоячих волн, динамика которых фиксируются с помощью скоростной видеосъемки. Для таких волн преобразование Карриера-Гринспана точно сводит систему уравнений нелинейной мелкой воды к линейному волновому уравнению с квадратом скорости равным x , но с нелинейной и подвижной правой границей. Другой подход основан на упрощенной замене типа Карриера-Гринспана, приводящей к задаче на отрезке с неподвижными границами, но для нелинейно возмущенного волнового уравнения.

Работа выполнена по теме госзадания АААА-А20-120011690131-7.

Точные решения нелинейных эволюционных уравнений параболического типа с особенностями

А. Л. Казаков

Институт динамики систем и теории управления им. В.М. Матросова СО РАН,
Иркутск

3 марта,
15:00-
15:20

Рассматриваются нелинейные эволюционные уравнения второго порядка параболического типа, которые описывают различные диффузионные процессы в механике сплошных сред. Наиболее ярким, хотя и не единственным представителем такого рода математических объектов является нелинейное уравнение теплопроводности со степенной нелинейностью (the porous medium equation). Для указанных уравнений характерно существование особого класса решений, которые имеют вид диффузионных (тепловых) волн, распространяющихся с конечной скоростью по нулевому фону. Ввиду специфики задачи, параболический тип уравнения на фронте подобной волны вырождается. В докладе будут представлены новые классы точных решений данного типа, построение которых сводится к интегрированию задач Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений с особенностями перед старшими (вторыми) производными, исследованы и интерпретированы их свойства.

Интегрирование уравнений Буссинеска и Кадомцева-Петвишвили

О. В. Капцов¹, Д. О. Капцов²

¹Институт вычислительного моделирования СО РАН, Красноярск

²Институт вычислительного моделирования СО РАН, Красноярск

3 марта,
17:00-
17:20

В докладе представлены точные решения одной модели Буссинеска

$$u_t + uu_x + \eta_x = 0,$$

$$\eta_t + (u + u\eta)_x + u_{xxx} = 0$$

и уравнения Кадомцева-Петвишвили (КП)

$$(u_t + buu_x + u_{xxx})_x + au_{yy} = 0, \quad a \in \mathbb{R}.$$

Для построения решений используется билинейный метод Хироты с неопределенными коэффициентами. Коэффициенты находятся в результате решения переопределенных систем нелинейных алгебраических уравнений.

Найденные решения описывают, в частности, взаимодействие и слияние солитонов, неупругие столкновения уединенных волн, слабые ударные волны в виде "ступенек".

Работа выполнена при финансовой поддержке Красноярского математического центра.

Литература

1. Kaptsov O. V. , Kaptsov D.O. *Exact solution of Boussinesq equations for propagation of nonlinear waves*. The European Physical Journal Plus. 2020, V.135, p.1-12
-

Нелинейная связанная модель обработки поверхности потоком частиц с учетом формирования новой фазы

А. Г. Князева, Е. С. Парфенова

Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск

3 марта,
18:20-
18:40

В литературе большое внимание уделяется так называемым многомасштабным моделям и мультифизическому моделированию. Первые предполагают наличие разных масштабов у одних и тех же явлений и установление связей между масштабами (уровнями) описания. Вторые изучают разные физические явления, сопровождающие наблюдаемые процессы как на разных масштабных уровнях (нано, микро, мезо и макро), так и на одном уровне, но протекающие явно независимо. Собственно связанных моделей ни тот, ни другой путь моделирования не предполагает. В докладе речь пойдет о модели, в которой на основе теории термоупругой диффузии изучается взаимодействие волн разной физической природы – тепловых, диффузионных и механических. Учитывается формирование новой фазы в поверхностном слое, которое наблюдается в процессах обработки металлических поверхностей потоками металлов иного сорта. Модель является связанной. Проанализированы разные физические масштабы. Разработан численный алгоритм. Изучены нелинейные эффекты в волновой картине, которые являются следствием взаимодействия разных процессов. Представлены примеры волновых структур для различных соотношений времен релаксации потоков тепла и массы и для различных значений параметров, характеризующих химическую реакцию.

Работа выполнена при поддержке фонда РФФИ, грант № 20-21-00064 Росатом

Численно-аналитическое описание звукового удара

А. Н. Крайко^{1,2}, Х. Ф. Валиев¹

¹Центральный институт авиационного моторостроения им. П.И. Баранова, Москва

²Московский физико-технический институт, Долгопрудный

2 марта,
16:00-
16:20

Некоторое представление об инструментах математического описания звукового удара, возникающего при полёте сверхзвуковых самолетов, дают статьи и монографии [1-14], а намного более полное библиография в [14]. Главное в этих инструментах приёмы и результаты линейной теории и приближения нелинейной акустики (ПНА). ПНА начало интенсивно развиваться в середине XX века одновременно с расчётами на первых ЭВМ одномерных нестационарных и двумерных стационарных (сверхзвуковых) течений идеального (невязкого) газа. ПНА, как и линейная теория, предполагает малость возмущений

параметров потока. Поэтому обтекаемые летательные аппараты (ЛА) должны быть тонкими, а возникающие при их обтекании ударные волны (УВ) слабыми. Для реальных ЛА эти условия не выполняются, что делает необходимым расчёты их обтекания в рамках пространственных уравнений течения идеального или неидеального газа. В итоге методы и программы численного решения этих уравнений стали ещё одним инструментом, правда, пока для расчёта лишь ближнего поля с размерами, не превышающими нескольких длин ЛА. Возникает вопрос, что мешает применению этого инструмента для расчёта звукового удара на сотни указанных длин, таких, что далее либо для каждой меридиональной плоскости применимы элементарные ("коротковолновые") формулы ПНА, либо до земной поверхности. На это обычно говорят, что подобное нереально из-за невозможности обеспечить требуемую точность счёта возмущений, которые на больших расстояниях от ЛА составляют сотые и тысячные доли параметров "набегающего" потока. В настоящем докладе авторы, во-первых, показывают, что такое возможно, причём далеко не благодаря тысячипроцессорным кластерам, и, во-вторых, дают простой вывод упомянутых выше элементарных формул ПНА.

Вблизи ЛА возмущения течения велики, а УВ либо интенсивны, либо, наоборот, как образующаяся за ЛА "замыкающая" УВ, ещё формируются. Влияние вихрей, сходящих с концов крыльев и хвостового оперения, реактивных струй и пограничных слоёв на эволюцию УВ невелико и убывает с удалением от ЛА. Поэтому для описания звукового удара расчёт течения достаточен в рамках уравнений Эйлера. В этом приближении на "крейсерском" режиме полёта в системе координат ЛА течение сверхзвуковое с малыми дозвуковыми зонами лишь около затуплений головной части фюзеляжа и кромок крыльев. Расчёт такого течения возможен почти всюду маршем по координате x , направленной по скорости набегающего потока, и сначала с выделением только "головной" УВ. По сравнению с современными расчётами обтекания ЛА в RANS-приближении расчёт маршем без сгущения сетки у поверхностей, обтекаемых без пограничных слоёв, на порядки проще и быстрее. Однако с учётом опыта расчётов ударно-волновых структур в [15-17] для правильного расчёта течения в узкой кольцевой зоне, ограниченной головной и замыкающей УВ, необходимо явно выделять эти слабые УВ, сделав их адаптированными к "кольцевой" структуре звукового удара "бегущими в одном направлении" линиями сетки. При удалении от ЛА на расстояния, при которых максимальное возмущение давления $|\Delta\rho/p_0|$ падает до 0.1, делается переход к маршевому счёту в приближении нелинейной акустики. При счёте по стационарному аналогу схемы Годунова [18], модернизированной согласно предложениям [19-21], описанные приёмы при на порядки меньшем, чем вблизи ЛА общем фиксированном числе ячеек позволяют с высокой точностью рассчитывать звуковой удар до расстояний в сотни длин ЛА.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (номер гранта 20-01-00100).

Литература

1. Ландау Л.Д. *Об ударных волнах на далеких расстояниях от места их возникновения* // ПММ. 1945. 9(4). 286-292.

2. Whitham G.V. *The propagation of spherical blast* // Proceedings of the Royal Society. Ser. A. 1950. 203(1075). 571-581.
3. Губкин К.Е. *Распространение разрывов в звуковых волнах* // ПММ. 1958. 22(4). 561-564.
4. Гриб А.А., Рыжов О.С., Христианович С.А. *Теория коротких волн* // ПМТФ. 1960. № 1. 63-74.
5. Рыжов О.С. *Затухание ударных волн в стационарных течениях* // ПМТФ. 1961. № 6. 36-43.
6. Жилин Ю.Л. *О звуковом ударе* // Уч. зап. ЦАГИ. 1971. 2(3). 1-11.
7. Жилин Ю.Л. *Теория звукового удара* // Сб. работ по звуковому удару. Труды ЦАГИ. 1973. Вып. 1489. 108 с. 3-24.
8. Уизем Дж. *Линейные и нелинейные волны*. М.: Мир, 1977. 622 с.
9. Darden C.M. *Minimization of sonic-boom parameters in real and isothermal atmospheres*. NASA TN D-7842. 1975. 28 p.
10. Darden C.M. *Sonic-boom minimization with nose-bluntness relaxation*. NASA TP 1348. 1979. 50 p.
11. Mack R.J. Darden C.M. *Some effects of applying sonic boom minimization to supersonic cruise aircraft design* // J. Aircraft. 1980. 17(3). 182-186.
12. Жилин Ю.Л., Коваленко В.В. *О связывании ближнего и дальнего полей в задаче о звуковом ударе* // Уч. зап. ЦАГИ. 1998. 29(3-4). 111-122.
13. Жилин Ю.Л., Ивантеева Л.Г., Чернышев С.Л. *О телах вращения минимального звукового удара* // Уч. зап. ЦАГИ. 2006. 37(3). 36-45.
14. Чернышев С.Л. *Звуковой удар*. М.: Наука, 2011. 351 с.
15. Браилко И.А., Крайко А.Н., Пьянков К.С. и др. *Аэродинамические и акустические характеристики сверхзвуковой вентиляторной решетки с дозвуковой осевой компонентой вектора скорости* // Аэромеханика и газовая динамика. 2003. № 4. 9-22.
16. Efremov N.L., Kraiko A.N., Pyankov K.S. et al. *Mathematical simulation of shock-wave structures arising ahead of fan plane cascades and wheels* // In "Turbomachines: Aeroelasticity, Aeroacoustics, and Unsteady Aerodynamics". М.: Torus press, 2006. 472 p. 281-294.
17. Ефремов Н.Л., Крайко А.Н., Пьянков К.С. и др. *Ударно-волновые структуры перед неоднородной вентиляторной решеткой* // Изв. РАН. МЖГ. 2010. № 2. 135-152.
18. Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я. и др. *Численное решение многомерных задач газовой динамики*. М.: Наука, 1976. 400 с.

19. Колган В.П. *Применение принципа минимальных значений производной к построению конечно-разностных схем для расчета разрывных решений газовой динамики* // Уч. зап. ЦАГИ. 1972. 3(6). 68-77.
 20. Тилляева Н.И. *Обобщение модифицированной схемы С.К. Годунова на произвольные нерегулярные сетки* // Уч. зап. ЦАГИ. 1986. 17(2). 18-26.
 21. Родионов А.В. *Повышение порядка аппроксимации схемы С.К. Годунова* // ЖВМиМФ. 1987. 27(12). 1853-1860.
-

Формирование магнитных филаментов в конвективной зоне Солнца

2 марта,
14:40-
15:00

Е. А. Кузнецов^{1,2,3}, Е. А. Михайлов⁴

¹ФИАН им. П.Н. Лебедева РАН, Москва

²Сколтех, Сколково, Московская обл.

³ИТФ им. Л.Д. Ландау РАН, Черноголовка Московская обл.

⁴Физический факультет МГУ, Москва

Обсуждается вопрос о магнитном коллапсе - возможном процессе возникновения особенности магнитного поля за конечное время в рамках идеальной магнитной гидродинамики для несжимаемых жидкостей, важном процессе с точки зрения различных астрофизических приложений, в частности как механизме формирования магнитных филаментов в конвективной зоне Солнца. Возможность коллапса связана со сжимаемостью непрерывно распределенных магнитных силовых линий. Известный пример формирования магнитных филаментов в приближении кинематического динамо с заданным полем скорости, рассмотренный впервые Паркером в 1963 году [1], свидетельствует скорее о том, что нарастание магнитного поля носит экспоненциальный во времени характер. Показано, что в случае кинематического приближения для уравнения индукции возникновение филаментов происходит в областях с гиперболическим профилем скорости с экспоненциальным ростом магнитного поля, а в эллиптических областях возникает вращение магнитного поля [2].

Данная работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант 19-72-30028).

Литература

1. E.N. Parker, *Astrophysical Journal* 138, 552 (1963).
 2. Е.А. Кузнецов, Е.А. Михайлов, *ЖЭТФ* 158, 561–572 (2020).
-

Асимптотическая устойчивость структуры спонтанно излучающей ударной волны

А. Г. Куликовский, А. Т. Ильичев, А. П. Чугайнова, В. А. Шаргатов

Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, Москва

2 марта,
17:40-
18:00

Исследована устойчивость структуры нейтрально устойчивой ударной волны, называемой также спонтанно излучающей. Получены решения, описывающие линейные, синусоидально зависящие от координаты вдоль изучаемой структуры, возмущения в структуре и ниже по потоку. Показано, что эти возмущения затухают со временем. Рассмотрен предельный переход при стремящейся к нулю безразмерной ширине структуры. В пределе получены результаты, совпадающие с классическими, когда ударная волна считалась поверхностью разрыва.

Исследован вид ударной адиабаты и условий эволюционности в зависимости от параметров модели.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 17-01-00180).

Литература

1. Куликовский А.Г., Ильичев А.Т., Чугайнова А.П., Шаргатов В.А. *Об устойчивости структуры нейтрально устойчивой ударной волны в газе и о спонтанном излучении возмущений* // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2020. Т.158. Вып. 3(9). С. 544 – 560

Биомеханическая модель билиарной системы и ее применение в хирургии желчнокаменной болезни

А. Г. Кучумов¹, Ю. И. Няшин¹, В. А. Самарцев²

¹Кафедра вычислительной математики, механики и биомеханики, Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь

²Кафедра общей хирургии №1, Пермский государственный медицинский университет им. акад. Е.А. Вагнера, Пермь

3 марта,
15:20-
15:40

В России около 25 миллионов человек страдают от желчнокаменной болезни и заболеваний желчевыводящих путей. Патология билиарной системы находится на третьем месте в мире по числу пациентов после сердечно-сосудистых заболеваний и рака. Наличие камней в желчевыводящих путях и желчном пузыре может привести к различным осложнениям, начиная от воспалений протоков, заканчивая летальным исходом вследствие злокачественных опухолей билиарной системы.

Для лечения пациентов с желчнокаменной болезнью обычно применяется хирургическое удаление желчного пузыря (холецистэктомия). В мире выполняется около 2 миллионов холецистэктомий в год, в том числе 320 тысяч в

России. Однако в 15 % случаев результаты данной операции приводят к послеоперационным осложнениям. Для прогнозирования и профилактики послеоперационных осложнений необходимо формирование и внедрение новых технологических подходов.

Целью работы является создание многокомпонентной модели билиарной системы на основе персонализированного подхода, а также моделей современных мини-инвазивных методов хирургического лечения желчнокаменной болезни и ее осложнений для прогнозирования результатов и оценки эффективности проводимого лечения.

Разработана комплексная индивидуализированная модель течения желчи в билиарной системе как совокупности желчного пузыря, внепеченочных желчных протоков и большого дуоденального сосочка. Моторно-эвакуаторная функция желчного пузыря описывалась моделью Франка. Течения желчи в большом дуоденальном сосочке рассматривалась как перистальтическое течение жидкости Каро в трубке с сужающимися стенками конечной длины. Численно определены условия возникновения холедохопанкреатического рефлюкса. Предложен алгоритм численной реализации модели течения желчи в индивидуализированной геометрии внепеченочных желчных протоков с учетом одностороннего и двустороннего взаимодействия «жидкость – твердое тело».

Также был разработан численный алгоритм моделирования накопления частиц на поверхности пластикового стента для прогнозирования срока его службы. Была найдена корреляция между концентрацией холестерина, билирубина и кальция и временем окклюзии на основе применения специально разработанной итерационной процедуры. Также смоделировано изменение просвета стента по мере окклюзии. Также представлены результаты исследования по оценке влияния возраста, пола, вязкости, концентрации частиц и радиуса стента на время окклюзии. Модель, разработанная в ходе выполнения работы, легла в основу единого программного продукта для поддержки принятия решений при лечении желчнокаменной болезни для практического внедрения в хирургическую практику.

Гиперболичность в уравнениях пограничного слоя. Методы управления течениями, использующими этот эффект

И. И. Липатов

Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н. Е. Жуковского, Московская обл.

2 марта,
16:20-
16:40

Представлены результаты исследования методов управления течениями в ламинарных пограничных слоях, использующими эффекты гиперболичности. Такого рода модели характерны для течений в условиях проявления эффектов вязко-невязкого взаимодействия и именно для этих течений предлагаются новые методы, позволяющие устранять отрыв пограничного слоя, затягивать ламинарно-турбулентный переход и влиять на распределение трения и теплового потока.

Такого же рода подходы применимы в силу близости моделей и для течений в приближении мелкой воды.

Метод коммутаторов для интегрирования матричного уравнения Риккати

М. В. Нецадим^{1,2}, С. А. Васюткин², А. П. Чупахин^{3,2}

¹Институт математики СО РАН им. С.Л.Соболева, г. Новосибирск

²Новосибирский государственный университет, г. Новосибирск

³Институт гидродинамики СО РАН им. М.А.Лаврентьева, г. Новосибирск

3 марта,
18:00-
18:20

Матричное уравнение Риккати возникает в механике континуума как дифференциальное следствие уравнений импульсов. Оно связывает матрицы градиентов поля скоростей среды и тензора напряжений. Важную роль при анализе этих уравнений имеют инварианты тензоров, как алгебраические, так и дифференциальные. При использовании дифференциальных следствий уравнений необходимо получать условия совместности, возникающей при этом переопределенной системы. Для матричного уравнения Риккати механики континуума это влечет вычисление коммутаторов оператора градиента по пространственным переменным и полной производной. Для замыкания переопределенных систем уравнений, получающихся как дифференциальные следствия уравнений импульсов, используются условия обрыва цепочки коммутаторов дифференциальных операторов полной производной и градиента.

В докладе представлены результаты анализа матричных уравнений Риккати, получающихся при обрыве цепочек коммутаторов малого порядка.

Работа выполнена при финансовой поддержке программ фундаментальных научных исследований СО РАН № III.22.4.1 и № I.1.5(проект № 0314-2019-0011).

Литература

1. Нецадим М. В., Чупахин А. П. *Об интегрировании одного матричного уравнения Риккати.* // Сибирский журнал индустриальной математики, 2020, Т. 23, N 4, с. 1-11.
2. Васюткин С. А., Чупахин А. П. *Дифференцирование подобных матриц.* // Мат. заметки, 2021, Т. 109, N 2, с. 308–312.
3. Нецадим М. В., Чупахин А. П. *Метод коммутаторов для интегрирования матричного уравнения Риккати.* // Сибирский журнал индустриальной математики, 2021, Т. 24, N 1, с. 1-9.

Идеальная Газовая Динамика. Новые вариационные принципы

М. В. Павлов

Новосибирский государственный университет, г. Новосибирск

3 марта,
17:40-
18:00

Много лет назад, Владимир Михайлович Тешуков написал работу, где ввёл понятие локального оператора рекурсии для полугамильтоновых систем гидродинамического типа.

На основе его работы и работ Михаила Борисовича Шефтеля был найден новый гамильтонов оператор Явусом Нутку и Питером Олвером.

В докладе будет показано, что идеальная газовая динамика (одномерное безэнтропийное движение) обладает бесконечным набором локальных гамильтоновых структур и бесконечным набором локальных вариационных принципов.

Ключевое отличие этого результата от классических - лагранжево представление в физических переменных, или в инвариантах Римана, тогда как ранее лагранжевы представления были известны для этой системы уравнений только в потенциальных переменных.

Объемный рост несжимаемого материала нео-Гука

П. И. Плотников

Институт гидродинамики им.М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

3 марта,
18:40-
19:00

Главной целью работы является построение и анализ математической модели роста головного мозга под действием внутричерепного давления. Несжимаемый материал нео-Гука является простейшей моделью нелинейного материала, который находит широкое применение при математическом моделировании поведения полимерных и биологических субстанций и, в частности, при моделировании состояния головного мозга. В настоящей работе рассматривается краевая задача для нелинейной системы дифференциальных уравнений, описывающая объемный рост несжимаемого материала нео-Гука под действием гидростатического давления, приложенного к поверхности материального объема. Доказывается существование сильного решения.

Работа поддержана РФФ(грант 19-11-00069).

Частичная инвариантность и задачи со свободными границами

В. В. Пухначев

Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск
Новосибирский государственный университет, Новосибирск

4 марта,
14:20-
14:40

Введение Л.В. Овсянниковым (1964) понятия частично инвариантного решения системы дифференциальных уравнений существенно расширило возможности построения их точных решений. Автором (1973) было замечено, что если свободная поверхность является инвариантным многообразием некоторой группы, допускаемой системой уравнений Навье – Стокса, то это позволяет строить инвариантные и частично инвариантные решения данной системы, заранее согласованные с условиями на свободной границе. В докладе приводятся новые примеры точных решений задачи со свободной границей для уравнений Эйлера и задачи с границей раздела двух несмешивающихся жидкостей для уравнений Навье – Стокса. Примечательно, что во второй задаче группа, обеспечивающая инвариантность условий на поверхности раздела, оказывается более широкой, чем в задаче со свободной границей. Это связано с тем, что условия на границе раздела вытекают из законов сохранения и тем самым наследуют свойства инвариантности последних.

О волновых процессах в холодной плазме

О. С. Розанова

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Москва

3 марта,
16:20-
16:40

Мы рассматриваем распространение и опрокидывание волн в средах, описываемых уравнениями магнитогидродинамики в приближении холодной (электронной) плазмы в релятивистской и нерелятивистской постановках. Математически приближение холодной плазмы означает сведение задачи к нестрогой гиперболической системе уравнений, для которой возникающие особенности решения обладают нестандартными свойствами. В частности, в компоненте плотности возникает дельтообразная сингулярность. Уравнения родственны газовой динамике "без давления" хотя и обладают гораздо более сложной структурой. Основное внимание будет уделено одномерному по пространству случаю, для которого могут быть получены аналитические результаты и достаточные условия (а иногда даже критерии) образования особенностей гладкого решения задачи Коши. Изучена возможность существования бегущих волн и связь их гладкости со скоростью распространения. Показано влияние электрон-ионных соударений на процесс распространения и опрокидывания волн. Часть результатов получена совместно с Е.В. Чижонковым и М.И. Деловой.

Литература

1. Rozanova O. S., Chizhonkov E.V. *On the conditions for the breaking of oscillations in a cold plasma*, ZAMP, 2021 (in press), arXiv:1912.08152

2. Rozanova O., Chizhonkov E., Delova M. *Exact thresholds in the dynamics of cold plasma with electron-ion collisions*, AIP Conference Proceedings, 2302, 060012, 2020, arXiv:2004.01226
-

Термодинамически согласованная модель для расчета волновых полей в насыщенной пористой среде

Е. И. Роменский

Институт математики СО РАН им. С.Л. Соболева, Новосибирск

3 марта,
18:00-
18:20

Представлена модель течения сжимаемой жидкости в деформируемой пористой среде, вывод которой основан на теории симметрически термодинамически согласованных систем с использованием унифицированной модели континуума и модели сжимаемого двухфазного течения. Определяющие уравнения модели образуют гиперболическую систему, решения которой удовлетворяют законам термодинамики (сохранение энергии и возрастание энтропии). Насыщающая жидкость может быть как идеальной так и вязкой.

На основе сформулированной нелинейной модели выведены уравнения для распространения волн малой амплитуды в насыщенной пористой среде в виде гиперболической системы уравнений первого порядка, записанные в терминах напряжений, скорости смеси и относительной скорости движения фаз, что позволяет использовать для решения уравнений эффективный конечно-разностный метод на сдвинутых сетках.

Так же как и в модели Био, в представленной модели имеется три типа волн (быстрая и медленная волны сжатия, а также сдвиговая). Кроме того, она применима для расчета волновых полей во всем диапазоне пористости от 0 до 1, что позволяет проводить расчеты для пористой среды сложной структуры с включениями твердой и жидкой фаз.

Представлены результаты расчетов некоторых тестовых задач.

Работа поддержана Российским Научным Фондом (проект 19-77-20004).

Моделирование упругопластических ударных волн на основе принципов необратимой термодинамики

В. М. Садовский

Институт вычислительного моделирования СО РАН, Красноярск

3 марта,
17:40-
18:00

В моделях термодинамически обратимых сред соотношения сильного разрыва для описания ударноволновых процессов строятся с помощью интегральных законов сохранения. Такой метод применяется в газовой динамике, магнитной гидродинамике, теории упругости. В случае диссипативных сред полная система интегральных законов сохранения существует далеко не всегда. В качестве примера можно привести уравнения теории упругопластического течения Прандтля–Рейсса, неприводимость которых к дивергентному виду была установлена в работе [1]. Альтернативный метод построения состоит в переходе к более общей математической модели, учитывающей вязкость среды, в рамках которой ударные волны сглаживаются, принимая форму непрерывных профилей. При этом разрывные решения исходной модели получаются как пределы последовательностей вязких решений при стремлении коэффициентов вязкости к нулю. Однако в теории пластичности такой метод может приводить к неоднозначной определенности разрывов в зависимости от выбора способа вязкопластической регуляризации [2].

В докладе к решению проблемы применяется специальная формулировка уравнений динамики упругопластической среды в виде вариационных неравенств [3], которая связана с фундаментальным принципом Мизеса максимума мощности пластической диссипации. Условия сильного разрыва для идеальной упругопластической среды и для упрочняющейся упругопластической среды с линейным изотропным и трансляционным упрочнением получены на основе интегрального обобщения вариационных неравенств. В теории нелинейного упрочнения ударноволновой переход рассматривается как независимый объект моделирования с использованием обобщенного принципа Циглера максимального производства энтропии в термодинамически неравновесном процессе. В качестве примера применения полученных условий на фронте разрыва построены одномерные решения задачи о распространении плоских волн сдвига в упругопластической среде с нелинейным изотропным упрочнением.

Работа поддержана Красноярским математическим центром, финансируемым Минобрнауки РФ в рамках мероприятий по созданию и развитию региональных НОМЦ (Соглашение 075-02-2020-1631).

Литература

1. Кукуджанов В. Н. *К исследованию уравнений динамики упругопластических сред при конечных деформациях*. Нелинейные волны деформаций. Т. 2. С. 102–105. Таллин, 1977.
2. Садовский В. М. *Разрывные решения в задачах динамики упругопластических сред*. М.: Наука, 1997.

3. Садовский В. М. *О термодинамической согласованности и математической корректности в теории упругопластических, сыпучих и пористых сред*. ЖВМиМФ. 2020. Т. 60, № 4. С. 738–751.
-

Локальная разрешимость задачи со свободной границей в МГД идеальной сжимаемой жидкости с поверхностным натяжением

Ю. Л. Трахинин

Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск
Новосибирский государственный университет, Новосибирск

3 марта,
18:20-
18:40

Локальная по времени корректность задачи со свободной границей для уравнений магнитной гидродинамики (МГД) идеальной сжимаемой жидкости с нулевым полным давлением на границе доказана недавно в [2] при выполнении обобщенного условия Рэлея—Тейлора для полного давления в начальный момент времени. В докладе рассматривается аналогичная задача с учетом поверхностного натяжения. Доказывается, что, как и в гидродинамике (без магнитного поля), поверхностное натяжение играет стабилизирующую роль, т.е. задача со свободной границей локально разрешима в пространствах Соболева при любом положительном коэффициенте поверхностного натяжения и без предположения выполнения условия Рэлея—Тейлора. В докладе также коротко обсуждается аналогичный результат для МГД контактного разрыва, локальное существование которого в двумерном случае было недавно доказано в [1] без учета поверхностного натяжения, но при выполнении классического условия Рэлея—Тейлора на скачок "нормальной" производной давления. В докладе представлены результаты, полученные совместно с Tao Wang (Уханьский университет, Китай).

Литература

1. Morando A., Trakhinin Y., Trebeschi P. *Local existence of MHD contact discontinuities*. Arch. Ration. Mech. Anal. 228 (2018), 691-742.
 2. Trakhinin Y., Wang T. *Well-posedness of free boundary problem in non-relativistic and relativistic ideal compressible magnetohydrodynamics*. Arch. Ration. Mech. Anal. 239 (2021), 1131-1176.
-

Задача оптимального управления, возникающая при математическом моделировании эмболизации церебральной сосудистой патологии

А. А. Черевко^{1,2}, Т. С. Гологуш¹, В. В. Остапенко^{1,2}

¹Институт гидродинамики СО РАН им. М.А.Лаврентьева, г. Новосибирск

²Новосибирский государственный университет, г. Новосибирск

3 марта,
16:20-
16:40

Поставлена и исследована задача оптимального управления для гиперболического квазилинейного интегро-дифференциального уравнения в частных производных с невыпуклой функцией потока. Для этого уравнения рассматривается начально-краевая задача на промежутке времени со свободным правым концом. Управлением является функция от времени, входящая в краевое условие задачи и коэффициенты уравнения. Целевой функционал представляет собой интеграл от решения начально-краевой задачи в конечный момент времени. Фазовые ограничения на управление представляют собой дополнительные интегральные и алгебраические соотношения.

Данная задача оптимального управления возникает при моделировании хода нейрохирургических операций на кровеносных сосудах головного мозга. Используемое уравнение описывает совместное фильтрационное течение двух фаз: крови и специальной жидкости, тромбирующей патологию. Начально-краевая задача для уравнения решается численно, для расчетов применяется монотонная модификация схемы CABARET, которая с высокой точностью локализует сильные и слабые разрывы, возникающие при решении данной задачи. Целевой функционал и фазовые ограничения в задаче оптимального управления формулируются исходя из медицинских соображений, управлением является режим подачи тромбирующей жидкости. Для численного решения задачи оптимального управления используется модифицированный метод роя частиц.

При численном решении задачи оптимального управления параметры и функции, входящие в уравнения и фазовые ограничения, определяются на основе данных, полученных для реальных пациентов во время нейрохирургических операций.

Катящиеся волны в пленочных течениях степенной жидкости

А. А. Чесноков

Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск
Новосибирский государственный университет, Новосибирск

4 марта,
16:30-
16:50

Рассматривается течение тонкого слоя степенной жидкости по наклонной плоскости под действием силы тяжести и постоянного сдвигового напряжения. Изучается устойчивость потока и формирование волн конечной амплитуды в рамках как двумерных уравнений движения, так и осредненной по глубине одномерной гиперболической модели. Условия существования катящихся волн для обеих моделей сформулированы в терминах критерия Уизема. Выполнены численные расчеты эволюции свободной поверхности и формирования катящихся

волн. Показано, что при определенных параметрах потока малые возмущения базового решения растут для двумерной модели и затухают для осредненных уравнений движения. Получен двухпараметрический класс точных решений одномерной модели и построены диаграммы существования катящихся волн.

**Исследование характеристик воздействия длинных
поверхностных волн на неподвижный частично
погруженный недеформируемый объект методами
численного моделирования**

О. И. Гусев, Г. С. Хакимзянов, Л. Б. Чубаров

Федеральный исследовательский центр информационных и вычислительных технологий, Новосибирск

4 марта,
17:50-
18:10

В докладе обсуждается методика расчета силового воздействия длинных поверхностных волн на заякоренные гидротехнические конструкции и результаты исследования зависимостей характеристик такого воздействия от основных параметров процесса – размеров конструкции, ее заглубления, формы, длины и амплитуды падающих волн. Задача решается в рамках математической модели потенциальных течений. Результаты численного моделирования сопоставляются с известными точными решениями различных приближений, с доступными экспериментальными данными и результатами расчетов других авторов. В частности показано, что при относительно небольших заглублениях конструкции более длинные волны оказывают меньшее воздействие на неё, в то время как при больших заглублениях и в случае воздействия волны на вертикальную стенку наблюдается обратная закономерность. Результаты исследования обладают известной практической значимостью, связанной с необходимостью принятия решений по конструированию, размещению и эксплуатации гидротехнических конструкций, возводимых в прибрежных акваториях, подверженных воздействию длинных поверхностных волн природного и антропогенного происхождения.

**Структура разрывов в решениях уравнений,
описывающих продольно-крутильные волны в цилиндрах**

А. П. Чугайнова, А. Г. Куликовский

Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, Москва

2 марта,
18:00-
18:20

Рассматриваются нелинейные волны в цилиндрах, когда имеется сильное взаимодействие продольных и крутильных движений. Для описания продольно-крутильных используется гиперболическая система уравнений, выражающих законы сохранения продольного импульса и момента импульса. Изучается решение задачи о структуре разрывов в предположении, что вязкость является главным механизмом, определяющим структуру.

Исследование закономерностей роста структур мозга плода человека на основе данных МРТ

А. П. Чупахин^{1,2}, А. М. Коростышевская³, Д. В. Паршин^{1,2}, А. Р. Акулова^{1,2},
Т. А. Немчанинова^{1,2}

¹Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

²Новосибирский государственный университет, Новосибирск

³Международный томографический центр СО РАН, Новосибирск

3 марта,
14:40-
15:00

В докладе будет рассказано об обработке и анализе изображений мозга плода человека, полученных на основе магнитно-резонансной томографии в Томографическом центре СО РАН. Выполнен анализ роста по времени линейных размеров как мозга и черепа в целом, так и важных структур мозга – мозолистого тела и мозжечка – для плодов, развивающихся по здоровой траектории. Установлен, с высокой точностью, линейный характер роста, при этом значения скоростей роста разбиваются на три группы существенно различных для объемлющих структур (черепа и мозга в целом), внутренних структур мозга (мозолистого тела и мозжечка) и их подструктур, таких как червь мозжечка. Для здорового плода эти скорости согласованы между собой. Проведен корреляционный анализ динамики роста для различных пар таких структур, который показал очень высокую согласованность роста различных структур во втором триместре развития плода и значительно меньшую – в третьем. Вначале все структуры развиваются очень согласованно, а потом треки развития становятся более индивидуальными. Показано, что наличие аномалии плода, типа инсульт, меняет регулярный характер развития. Выполнена 3D реконструкция мозолистого тела и мозжечка для отдельных плодов в процессе роста. Проведен анализ геометрических закономерностей типа изопериметрического отношения (куб площади тела к квадрату объема) для роста мозолистого тела и мозжечка. Показано, что для мозолистого тела такое отношение остается практически постоянным для нормально развивающегося плода, для мозжечка интервал его изменения в процессе роста больше, поскольку геометрия мозжечка при этом меняется. Обсуждается связь изопериметрического отношения и энергии Уиллмора – Хэлфриха применительно к данной ситуации.

Асимптотические решения уравнений газовой динамики, описывающие сглаженные разрывы

А. И. Шафаревич

Институт проблем механики РАН им. А.Ю. Ишлинского, Москва

4 марта,
18:50-
19:10

Обсуждается структура асимптотических решений уравнений газовой динамики, описывающих сглаженные разрывы различного типа. Показано, что ширина переходного слоя существенно зависит от типа разрыва – для сглаженных ударных волн она меньше, чем для сглаженных тангенциальных разрывов. Получены уравнения, описывающие профиль скачка; они также кардинально отличаются для разных типов решений: в случае ударных волн это стационарные обыкновенные дифференциальные уравнения, жестко фиксирующие

форму профиля, тогда как для тангенциальных разрывов это эволюционные уравнения в частных производных, начальный профиль для которых можно выбирать произвольно. Кроме того, описаны решения, соответствующие сглаженным слабым разрывам.

Эффективная вязкость суспензий частиц: роль вращательной диффузии

В. В. Шелухин

Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

4 марта,
18:10-
18:30

Кроме сдвиговой вязкости в теории микрополярных жидкостей важную роль играет и относительная вязкость, связанная с вращением частиц. Такая вязкость позволяет оценить напряжения, вызванные неодинаковым вращением частиц. На основе формулы Эйнштейна для эффективной вязкости разбавленных суспензий методами асимптотического анализа установлена линейная зависимость относительной вязкости от концентрации частиц. Для плотных суспензий предложена эмпирическая формула для относительной вязкости, опирающаяся на эмпирический закон Кригера-Дугерти (Krieger-Dougherty) для эффективной вязкости. С целью обоснования проведены вычисления и обнаружено согласование с известными лабораторными экспериментами для течения Куэтта между двумя вращающимися цилиндрами. Разработанная математическая модель позволяет предсказывать интенсивность вращения частиц суспензий.

Работа поддержана проектом РФФ 20-19-00058.

Kelvin-Voigt equations for nonhomogeneous incompressible fluid

S. N. Antontsev^{1,2}, H. B. de Oliveira^{2,3}, Kh. Khompysh⁴

¹Lavrentyev Institute of Hydrodynamics, SB RAS, Novosibirsk, Russia

²CMAF-CIO, University of Lisbon, Lisbon, Portugal

³Universidade do Algarve, Faro, Portugal

⁴Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

3 марта,
19:00-
19:20

This talk is devoted to study the following initial-boundary value problem for Kelvin-Voigt equations describing a flow of incompressible and nonhomogeneous fluid:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho \mathbf{v})}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{v} \otimes \mathbf{v}) = \\ & = \nabla \pi + \operatorname{div} \left(\kappa |\mathbf{D}(\mathbf{v})|^{q-2} \frac{\partial \mathbf{D}(\mathbf{v})}{\partial t} + \mu |\mathbf{D}(\mathbf{v})|^{p-2} \mathbf{D}(\mathbf{v}) \right) + \rho \mathbf{f} \quad \text{in } Q_T = \Omega \times (0, T), \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{v}) = 0 \quad \text{and} \quad \operatorname{div} \mathbf{v} = 0 \quad \text{in } Q_T,$$

$$\rho \mathbf{v}|_{t=0} = \rho_0(x) \mathbf{v}_0(x) \quad \text{and} \quad \rho|_{t=0} = \rho_0(x) \quad \text{in } \Omega, \quad \mathbf{v} = \mathbf{0} \quad \text{on } \Gamma_T.$$

Here the unknowns are the vector field \mathbf{v} , the density ρ and the scalar field of pressure π . The coefficients \varkappa , μ and the exponents p , q are given constants. A fundamentally new point here is the presence of the hyperbolic transport equation for the density ρ .

This talk discusses the questions the local and global existence of weak solutions and large time behavior properties of them and their further regularity. The uniqueness of weak solutions and blow up are also considered. The detailed proofs can be found in [1-5].

The first author was partially supported by the RSF grant no. 19-11-00069. Both first and second authors were also partially supported by the Portuguese Foundation for Science and Technology, Portugal, under the project: UID/MAT/04561/2019. The third author was partially supported by the Grant no. AP08052425 of the Ministry of Science and Education of the Republic of Kazakhstan (MES RK), Kazakhstan.

References

S.N. Antontsev, H.B.de Oliveira and Kh. Khompysh:

1. *Kelvin-Voigt equations perturbed by anisotropic relaxation, diffusion and damping*, J. Math.Anal.Appl. 473 (2019), 1122-1154.
2. *Generalized Kelvin-Voigt equations for nonhomogeneous and incompressible fluids*, Communications in Mathematical Sciences, Vol.17, No. 7, pp.1915-1948. 2019.
3. *Kelvin-Voigt equations perturbed by anisotropic relaxation, diffusion and damping*, J. Math. Anal. Appl., 473:11122–1154, 2019.
4. *The classical Kelvin-Voigt problem for nonhomogeneous and incompressible fluids: existence, uniqueness and regularity*. Nonlinearity. accepted for publication, 2021.
5. *Kelvin-Voigt equations with anisotropic diffusion, relaxation, and damping: blow-up and large time behavior*, Asymptot. Anal.,vol. 121, no. 2, pp. 125-157, 2021.

Modelling of wave propagation in the brain cortex

V. Volpert

Institut Camille Jordan, UMR 5208 CNRS, University Lyon 1, 69622 Villeurbanne,
France

INRIA Team Dracula, INRIA Lyon La Doua, 69603 Villeurbanne, France
Peoples Friendship University of Russia (RUDN University) 6 Miklukho-Maklaya St,
Moscow, 117198, Russian Federation

3 марта,
15:00-
15:20

Various types of brain activity are accompanied by the propagation of waves of electric potential in the brain cortex. They can be described by neural field models represented by integro-differential equations or systems of equations. In this presentation we will discuss some recent results on the propagation of cortex waves including their external stimulation in a partially damaged tissue.

Involutions of curl – type: from quantum mechanics to multiphase flows

S. Gavriluk

Aix Marseille Univ, CNRS, IUSTI, Marseille, France

4 марта,
15:20-
15:40

One says that a stationary constraint (a combination of space derivatives of unknowns which is equal to zero) is compatible with an evolutionary type PDE system, if it holds true for all times once it is initially satisfied. Sometimes such constraints are called involutions (C. Dafermos). The hyperelasticity and MHD are typical examples of PDEs with involutions.

I will give two new examples of such systems coming from the Hamilton principle of stationary action. The first one is the hyperbolic approximation of the Euler – van der Waals – Korteweg fluids (Dhaouadi, Favrie and SG 2019). It contains, as a particular case, the nonlinear Schrödinger equation (via the Madelung transform). The second example is a multiphase system of compressible fluids with surface tension effects (Schmidmayer *et al.* 2017, S. Chiocchetti *et al.* 2020). In both cases the stationary constraint of curl – type appears. For the nonlinear Schrödinger equation a ‘curl cleaning’ method which is compatible with the energy conservation will be discussed (S. Busto *et al.* 2020).

Conformal invariance of the 1-point statistics of the zero-isolines of 2d scalar fields in inverse turbulent cascades

3 марта,
16:40-
17:00

V. N. Grebenev¹, M. Waclawczyk², M. Oberlack³

¹Federal Research Center for Information and Computational Technologies, Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, Russia

²Institute of Geophysics, Faculty of Physics, University of Warsaw, Warsaw, Poland

³Department of Mechanical Engineering, Technische Universität at Darmstadt, Darmstadt, Germany

The conformal group (CG) invariance was first conjectured in 2d turbulence by A.M. Polyakov, (*Nuclear Phys. B* 396:23, 367–385 (1993)) and its implications were reviewed by Falkovich (*Russian Math. Surveys*, 63, 497–510 (2007)). Namely, there exists numerical evidence by Bernard, Boffetta et al (*Nature Physics*, 2:2, 124–128 (2006)) that the zero-vorticity isolines $x(l)$ for the 2d Euler equation with an external force and a uniform friction belongs to the class of conformally invariant random curves. Based on this evidence, the CG invariance was proven in the papers V.N. Grebenev, M. Waclawczyk, and M. Oberlack, (*J. Phys. A: Math. Theor.* 50,435502 (2017)), V.N. Grebenev, M. Waclawczyk, and M. Oberlack (*J. Phys. A: Math. Theor.* 50(33), 335501 (2019)) by a Lie group analysis for the 1-point probability density function (PDF) governed by the inviscid Lundgren-Monin-Novikov (LMN) equations for 2d vorticity fields ω and for the zero-vorticity characteristics $X(t)$ under the zero external force field and vanishing friction. The results were extended in the works D. Bernard, G. Boffetta, A. Celani A, and G. Falkovich (*Phys. Rev. Lett.* 98, 024501–504 (2007)) to scalar fields transported by a two-dimensional turbulent flow. Then we expanded M. Waclawczyk, V.N. Grebenev, and M. Oberlack (*Symmetry* 12, 1482 doi:10.3390/sym12091482 (2020)) our findings to a broader class of hydrodynamic models generalised to large-scale friction for scalar fields. The aim of the present work is to consider the LMN type chain for 2d scalar fields ϕ under Gaussian white-noise-in-time forcing and a large-scale friction. With this, the flow is kept in a statistically steady state and a Lie symmetry analysis is given for the stationary LMN. Specifically, for the inviscid case we prove the CG invariance of the 1-point statistics of the zero-isolines $x(l)$ of a scalar field, i.e. the CG invariance of the probability that a random curve $x(l)$ passes through the point $x(1)$ with $\phi = 0$ for $l = l(1)$. Then we demonstrate that the CG invariance is broken if the viscous term is included into the equation.

Mathematical model of multi-dimensional shear shallow water flows

K. Ivanova¹, S. Gavriluk²

¹WSL-Institut für Schnee- und Lawinenforschung SLF, Davos Dorf, Switzerland

²Aix-Marseille Université, C.N.R.S. U.M.R. 7343, IUSTI, 5 rue E. Fermi, 13453 Marseille Cedex 13 France

4 марта,
16:50-
17:10

For shear flows with varying in space and time vorticity a new model was recently proposed where the governing equations are obtained by depth averaging of Euler equations without assuming potential flow [1]. This is a 2D hyperbolic non-conservative system of equations that is mathematically equivalent to the Reynolds-averaged model of barotropic turbulent flows. The model has three families of characteristics corresponding to the propagation of surface waves, shear waves and average flow (contact characteristics). The system is non-conservative: for six unknowns (the fluid depth, two components of the depth-averaged horizontal velocity, and three independent components of the symmetric Reynolds stress tensor) one has only five conservation laws (conservation of mass, momentum, energy and mathematical entropy).

In present work a splitting procedure for solving such a system is proposed allowing us to define a weak solution. Each split subsystem contains only one family of waves (either surface or shear waves) and contact characteristics. The accuracy of such an approach is tested on 2D analytical solutions describing the flow with linear with respect to the space variables velocity, and on the solutions describing 1D roll waves. The capacity of the model to describe the full transition scenario as commonly seen in the formation of roll waves: from uniform flow to 1D roll waves, and, finally, to 2D transverse “fingering” of the wave profiles, is shown.

Finally, we model a circular hydraulic jump formed in a convergent radial flow of water. Obtained numerical results are qualitatively and quantitatively similar to those observed experimentally: oscillation of the hydraulic jump and its rotation with formation of a singular point.

For the flows over a flat bottom without friction effects, the system can be written in the form:

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial t} + \operatorname{div}(h\mathbf{U}) = 0, \\ \frac{\partial(h\mathbf{U})}{\partial t} + \operatorname{div}\left(h\mathbf{U} \otimes \mathbf{U} + \frac{gh^2}{2}\mathbf{I} + h\mathbf{P}\right) = \mathbf{0}, \\ \frac{D\mathbf{P}}{Dt} + \frac{\partial\mathbf{U}}{\partial\mathbf{x}}\mathbf{P} + \mathbf{P}\left(\frac{\partial\mathbf{U}}{\partial\mathbf{x}}\right)^T = \mathbf{0}. \end{cases} \quad (1)$$

Here t is the time, $x = (x, y)^T$ are the Cartesian coordinates, h is the fluid depth, g is the gravity, D/Dt means the material derivative with respect to the mean motion:

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{U}^T \cdot \nabla, \quad (2)$$

$\mathbf{P} = \mathbf{P}^T$ is the stress tensor, $\mathbf{U}^T = (U, V)$ is the depth averaged velocity. Equations (1) admit the energy conservation law:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ h \left(\frac{1}{2} |\mathbf{U}|^2 + e_i + e_T \right) \right\} + \text{div} \left\{ h \mathbf{U} \left(\frac{1}{2} |\mathbf{U}|^2 + e_i + e_T \right) + \left(\frac{gh^2}{2} \mathbf{I} + h \mathbf{P} \right) \mathbf{U} \right\} = 0, \quad (3)$$

where

$$e_i = \frac{gh}{2}, \quad e_T = \frac{1}{2} \text{tr}(\mathbf{P}) \quad (4)$$

and an additional conservation law:

$$\frac{\partial h \Psi}{\partial t} + \text{div}(h \mathbf{U} \Psi) = 0, \quad \Psi = \frac{\text{Det}(\mathbf{P})}{h^2}. \quad (5)$$

The variable Ψ will be referred to as ‘entropy’ (mathematical) because this quantity is transported along the mean flow in the same way as the true entropy for the Euler equations of compressible fluids.

Keywords: shear shallow water flow, hyperbolic equations, shock waves, Godunov scheme

References

1. Teshukov V. M., "Gas-dynamics analogy for vortex free-boundary flows.", *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 48 (N 3), 303309, 2007
2. K.A. Ivanova, S.L. Gavriluyuk, "Structure of the hydraulic jump in convergent radial flows", *Journal of Fluid Mechanics*, Volume 860, 10 February 2019 , pp. 441-464.
3. S.L. Gavriluyuk, K.A. Ivanova, N. Favrie, "Multi-dimensional shear shallow water flows : problems and solutions", *Journal of Computational Physics*, Volume 366, 1 August 2018, Pages 252-280.
4. K.A. Ivanova, S.L. Gavriluyuk, B. Nkonga, G.L. Richard, "Formation and coarsening of roll-waves in shear shallow water flows down an inclined rectangular channel", *Computers Fluids*, 159, pp 189203, 2017
5. A. Bhole, B. Nkonga, S. Gavriluyuk, K. Ivanova, "Fluctuation splitting Riemann solver for a non-conservative modeling of shear shallow water flow", *Journal of Computational Physics*, Volume 392, 1 September 2019, Pages 205-226

Conservation Laws and Group Analysis of the Green-Naghdi Equations

S. V. Meleshko¹, E. I. Kaptsov², N. F. Samatova³, P. Siriwat⁴

¹School of Mathematics, Institute of Science, Suranaree University of Technology,
Nakhon Ratchasima, 30000, Thailand

²Keldysh Institute of Applied Mathematics, Russian Academy of Science, Moscow, Russia

³Department of Computer Science, College of Engineering, NC State University, US

⁴School of Science, Mae Fah Luang University, Thailand

3 марта,
15:20-
15:40

The presentation deals with the Green-Naghdi equations describing behaviour of fluid flows. The talk is devoted to a review of our results, started from the analysis of models presented in the paper [1]. We began from the group classification of one- and three-dimensional equations. The knowledge of the group properties led us to attempts of constructing conservation laws of the studied models. One of the methods of their constructions is by using Noether's theorem. It was realised that the application of Noether's theorem became possible after reduction of equations in Lagrangian coordinates. The study in Lagrangian coordinates allowed us to find the general form of the Lagrangian corresponding to the analyzed equations. Then conservation laws were derived.

References

1. S. L. Gavriluk and V. M. Teshukov. *Generalized vorticity for bubbly liquid and dispersive shallow water equations*. Continuum Mechanics and Thermodynamics, 13:365–382, 2001.

A framework for continuous modeling of solid-fluid transformations

I. Peshkov¹, M. Dumbser¹, E. Romenski²

¹Laboratory of Applied Mathematics, University of Trento, Trento, Italy

²Sobolev Institute of Mathematics, Novosibirsk, Russia

3 марта,
18:40-
19:00

We discuss a framework for continuous modeling of solid-fluid transformations either thermally driven such as solidification and melting of crystalline solids or stress-driven solid-fluid transformations in the flows of yield-stress fluids. The main issue in the state of the art approaches when applying to this type of problem is in the internal incompatibility of the mathematical and thermodynamical formulations for fluids and solids. Indeed, the Cauchy stress tensor $\sigma_{NS}(\varepsilon)$ in the Navier-Stokes equations and the Cauchy stress $\sigma_E(\varepsilon)$ in the elasticity equations are defined as the functions of the strain rate $\dot{\varepsilon}$ and strain ε , accordingly, which are of very different nature, i.e. $\dot{\varepsilon}$ being non-local (needs spatial gradients of velocity) and dissipative and ε being local and non-dissipative. It is thus, not clear at all how one can build a thermodynamically consistent theory describing transformations of one state into another. Instead of aiming in trying to resolve the theoretical incompatibilities between the traditional solid and fluid mechanics models, we rely on a unified formulation for fluids and solids [1] that is able to describe both states of matter

within a single system of equations. Essentially, the unified theory is an inelasticity theory and hence, originates from solid mechanics but the inelastic component of the theory is elevated to such an extent that the flows of viscous fluids become an integrated part of the theory. Thus, the Navier-Stokes theory is completely eliminated from consideration and hence the aforementioned inconsistency problem is removed. One could say, that the fluid state in this unified theory is treated as a "melted" solid state via a certain procedure of relaxation of tangential stresses similar to the Maxwell model of viscoelasticity. As a preliminary step towards our ultimate goal of formulating the model for a general solid-fluid phase transformation, in this work, we discuss the applicability of the model to deal with the stress-driven solid-fluid transformations in the flows of yield-stress fluids (or elastoviscoplastic fluids).

Magnetic Janssen Effect

S. Santucci

Laboratoire de Physique, ENS de Lyon, France

4 марта,
16:00-
16:30

A pile of grains –even at rest, in a silo– can display fascinating properties. One of the most celebrated ones is the "Janssen effect named after the pioneering engineer who explained the pressure saturation at the bottom of a container filled with corn. This surprising behavior arises because of frictional interactions between the grains through a disordered network of contacts, and the vessel lateral walls, which eventually support partly the column weight, decreasing its apparent mass. Here, we demonstrate a full control over frictional interactions thanks to the use of ferromagnetic grains submitted to an external magnetic field. We show that the anisotropic pairwise interactions between magnetized grains result by symmetry breaking in a radial force along the walls, whose amplitude and direction is fully determined by the applied magnetic field. Such "magnetic Janssen effect" allows to finely tune the granular column apparent mass. Our findings pave the way towards the design of functional jammed materials in confined geometries, via a further control of both their static and dynamic properties.

The elastic nature of the glycocalix layer

U. Windberger¹, L. Noirez², D. Baier³

4 марта,
18:30-
18:50

¹Decentralized Biomedical Facilities, Center for Biomedical Research, Medical University Vienna, Austria

²Laboratory Léon Brillouin (CEA-CNRS), Université Paris-Saclay, CEA-Saclay, France

³Institute of Inorganic Chemistry, University of Vienna, and Institute of Cancer Research and Comprehensive Cancer Center, Medical University Vienna, Austria

The glycocalix is the outermost cell layer, composed of filamentous domains stemming from membrane proteins, which protrude out of the bilayer to form a brush-like structure of different lengths. To this molecular array, plasma components are bound (e.g. albumin by hydrophobic interaction) so that the glycocalix layer becomes a molecular sieve. While its dimension has been described for the endothelial cell, its mechanical nature is still poorly understood. We provide here evidence about the elastic (= solid-like) nature of the glycocalix layer.

First, we probed RBCs by force spectroscopy in saline and in autologous plasma as suspending medium. In saline where RBCs appear “naked”, apparent Young’s modulus (E_a) decreased with increasing temperature, and adhesion (measured as detachment work of the retracting cantilever) increased when temperature increased. In plasma, force microscopy indicates that adhesion was completely abolished, while E_a is lowered compared to tests in saline by factors 5 (25°C), 3 (32°C), and 2 (37°C), indicating either a better membrane bending, or a halo around the cells, according to the Hertz-Sneddon model. Not only does the bilayer provide a minor bending modulus, the intercalation of plasma components into the bilayer to weaken its cohesion within few minutes after changing the suspension medium is unlikely. We therefore suggest a functional RBC “enlargement” stemming from albumin that filled in the gaps between the hairy glycocalix domains, which might have been collapsed in saline. The ability to deflect the cantilever (seven indentations on the same spot) points out the resistance of the halo around RBCs and thus its elasticity (study submitted to *Molecules*).

Second, we tested the dynamic response of platelet-depleted plasma in shear geometry and wetting surface conditions. These near-equilibrium conditions highlighted a finite shear elastic response of plasma that depended on the scale, becoming reinforced at small scales (study can be accessed here:

<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02513618>). This very important result tells us that plasma becomes a gel at rest and that the flow is obtained above a given (weak) elastic threshold. Additionally the scale effect points out the necessity to treat the flow in the (micro)vascular segments differently. The results are in agreement with recent theoretical models revisiting the viscous continuum assumption for fluids (*J Phys Chem Lett*, 2021:12;650-657; doi: 10.1021/acs.jpcllett.0c02953).

These studies point to the ability of plasma to generate a solid-like layer on cell surfaces, originating from the reinforcement of the glycocalix by autologous proteins, which can also be understood as plasma confinement around cells. This not only explains many reported features of the glycocalix layer, but also modifies the RBC-plasma coupling in flow.