

# ОСОБЕННОСТИ ДИНАМИЧЕСКОГО РАЗРУШЕНИЯ ПРЕГРАДЫ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ АНИЗОТРОПИИ ЕЕ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ

М.Н. Кривошеина  
ИФПМ СО РАН, г. Томск  
*e-mail: [marina\\_nkr@mail.ru](mailto:marina_nkr@mail.ru)*

М.А. Козлова  
ИФПМ СО РАН, г. Томск  
*e-mail: [kozlova\\_ma@mail.ru](mailto:kozlova_ma@mail.ru)*

И.Ю. Коньшева  
НИ ТПУ, г. Томск

С.В. Кобенко  
ГОУ ВПО НГГУ, г. Нижневартовск  
*e-mail: [sergeyvk@inbox.ru](mailto:sergeyvk@inbox.ru)*

Е.В. Туч  
ГОУ ВПО ТГУ, г. Томск  
*e-mail: [elenatuch@yandex.ru](mailto:elenatuch@yandex.ru)*

В работе представлен анализ результатов численного эксперимента по взаимодействию цилиндрического ударника с металлической преградой. Математическая модель процессов упругопластического деформирования и разрушения начально анизотропных материалов с различной ориентацией механических свойств реализована численно в трехмерной постановке. Упругопластическое деформирование и разрушение материалов преград моделируется в рамках теории механики сплошной среды. Упругое поведение материала описывается обобщенным законом Гука, для описания пластического деформирования используется теория течения. В качестве критерия разрушения используется критерий Мизеса–Хилла. Упругопластическое течение материала ударника описывается моделью Прандтля–Рейса.

## **Введение**

Известно, что после обработки, в результате пластической деформации в материале будущей детали возникает анизотропия механических свойств. Даже незначительные отличия в свойствах в разных направлениях из-за концентрации напряжений могут влиять на напряженно-деформированное состояние материала в условиях динамического нагружения. Стандартными испытаниями предусмотрено определение прочностных характеристик только в каком-либо одном направлении материала будущей детали. По результатам таких испытаний обычно прогнозируют прочностные свойства всей детали в целом. Однако известно, что рабочие нагрузки очень часто прикладываются в направлениях, в которых механические свойства не определялись.

Ударное нагружение анизотропной преграды изотропным стальным ударником моделировалось в трехмерной постановке методом конечных элементов, модифицированный Г.Р.Джонсоном для задач удара[1]. Численное моделирование проведено с помощью оригинальных программ.

## **Математическая модель упругопластического деформирования и разрушения анизотропного материала**

Система уравнений, описывающая нестационарные адиабатные движения сжимаемой анизотропной среды, включает в себя: уравнение неразрывности, уравнения движения сплошной среды, уравнение энергии [2].

Введены допущения: полная деформация представима в виде суммы упругой и пластической деформаций; переход в пластическое течение материала не зависит от уровня гидростатического давления (такое предположение возможно для материалов,

имеющих невысокую степень анизотропии упругих и пластических свойств); упругие свойства материала не изменяются при пластическом деформировании.

Упругое поведение анизотропного материала описывается с помощью обобщенного закона Гука. Пластическая деформация для алюминиевого сплава Д16Т определяется с помощью ассоциированного закона течения.

В расчетах нагружение моделировалось со скоростью 200м/с, поэтому при определении гидростатического напряжения использовалась модель баротропной среды.

Процессы пластического деформирования ортотропного материала представлены в пятимерных векторных пространствах напряжений  $S_i$  и деформаций  $\mathcal{E}_i$  А.А. Ильюшина: вместо 6 зависимых между собой функций  $S_{ij}$  Ильюшин А.А. ввел [3] 5 независимых функций  $S_i$  так, чтобы преобразования были взаимно-однозначно линейными. Преобразования компонент девиатора напряжений из шестимерного пространства в

пятимерное можно записать следующим образом [3]:

$$S_1 = \sqrt{\frac{3}{2}}S_{11}, S_2 = \sqrt{2}\left(\frac{1}{2}S_{11} + S_{22}\right), S_3 = \sqrt{2}S_{12}, S_4 = \sqrt{2}S_{23}.$$

В формулах  $S_i$  и  $S_{ij}$  – компоненты девиаторов напряжений в пятимерном и шестимерном евклидовых вещественных пространствах соответственно. По такому же правилу происходит преобразование компонент девиаторов деформаций, записанных в пятимерных и шестимерных пространствах.

Поскольку при принятых допущениях шести компонентам тензора напряжений могут быть в соответствие поставлены среднее гидростатическое напряжение и пять независимых компонент девиатора напряжений, то для ортотропных материалов в пятимерном пространстве напряжений примем начальное условие пластичности [4] в виде, записанном через девиаторы в пятимерном пространстве напряжений

$$f(S_i) = \frac{S_1^2}{r_1^2} + \frac{S_2^2}{r_2^2} + \frac{S_3^2}{r_3^2} + \frac{S_4^2}{r_4^2} + \frac{S_5^2}{r_5^2} = 1,$$

где  $S_i$  – компоненты девиаторов напряжений в пятимерном евклидовом вещественном пространстве,  $r_i$  – функция, связанная с пределами текучести материала в направлении осей анизотропии и пределами текучести при сдвиге в плоскостях осей анизотропии

$$r_1 = \sqrt{\frac{2}{3}}\sigma_{1S}, r_2 = \frac{\sqrt{2}\sigma_{1S}(\sigma_{2S} + \sigma_{3S})}{\sqrt{16(\sigma_{1S})^2 - (\sigma_{2S} + \sigma_{3S})^2}}, r_3 = \sqrt{2}\tau_{12S}, r_4 = \sqrt{2}\tau_{23S}, r_5 = \sqrt{2}\tau_{31S}$$

Здесь  $\sigma_{is}$  – пределы текучести в направлении осей симметрии материала,  $\tau_{ijs}$  – пределы текучести материала при сдвиге в плоскостях анизотропии. Параметры, используемые в условии пластического течения упрочняющегося ортотропного материала, одинаково сопротивляющегося при растяжении и сжатии, определяются из следующих экспериментальных характеристик материала:  $\sigma_{1S}, \sigma_{2S}, \sigma_{3S}, \tau_{12S}, \tau_{23S}, \tau_{31S}$ .

В данной постановке задачи принята модель изотропного упрочнения для описания эволюции поверхности текучести; в этом случае уравнение последующих поверхностей нагружения будет иметь вид условия пластичности Мизеса-Хилла:

$$F(S_i, R) = \frac{S_1^2}{r_1^2} + \frac{S_2^2}{r_2^2} + \frac{S_3^2}{r_3^2} + \frac{S_4^2}{r_4^2} + \frac{S_5^2}{r_5^2} - R^2 = 0.$$

Для конструкционных сплавов в условиях статического нагружения функция  $R$  инвариантна к виду напряженного состояния [5]. Эта функция может быть определена из

опытов на простое нагружение и линейно зависит от эффективной пластической деформации  $\psi$ :  $R(\psi) = 1 + \xi\psi$ , для рассматриваемого алюминиевого сплава Д16Т  $\xi = 5,5$ .

При моделировании деформирования металлов применяется критерий прочности Мизеса-Хилла, он хорошо описывает сдвиговой механизм разрушения. Поэтому в качестве критерия разрушения применялся критерий Мизеса-Хилла, записанный в шестимерной ортогональной системе координат

$$\frac{1}{2} \left( \frac{1}{\sigma_{\beta xx}^2} + \frac{1}{\sigma_{\beta yy}^2} - \frac{1}{\sigma_{\beta zz}^2} \right) (\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\sigma_{\beta yy}^2} + \frac{1}{\sigma_{\beta zz}^2} - \frac{1}{\sigma_{\beta xx}^2} \right) (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + \\ + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\sigma_{\beta zz}^2} + \frac{1}{\sigma_{\beta xx}^2} - \frac{1}{\sigma_{\beta yy}^2} \right) (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + \frac{1}{\tau_{\beta xy}^2} \tau_{xy}^2 + \frac{1}{\tau_{\beta yz}^2} \tau_{yz}^2 + \frac{1}{\tau_{\beta xz}^2} \tau_{xz}^2 = 1,$$

$\sigma_{\beta ii}$  – пределы прочности материала при растяжении в направлении  $i$ ,  $\tau_{\beta xz}$  – пределы прочности материала при сдвиге в двух противоположных направлениях при  $i \neq j$ .

Согласно этому критерию разрушения пределы прочности материала при растяжении и сжатии считаются равными.

Напряжения, определенные в элементе, жестко повернутом в пространстве, пересчитываются с помощью производной Яуманна и приводятся к системе координат:

$$\frac{D\sigma^{ij}}{Dt} = \frac{d\sigma^{ij}}{dt} - \sigma^{ik} \omega_{jk} - \sigma^{jk} \omega_{ik}, \text{ где } \omega_{ij} = \frac{1}{2} \nabla_j v_i - \nabla_i v_j.$$

Преграда выполнена из металлического сплава Д16Т, который обладает транстропией механических свойств.

### Постановка задачи

Численно моделируется ударное нагружение преграды из анизотропного материала. Взаимодействие изотропного металлического ударника с анизотропными металлическими преградами будем рассматривать в общем, трехмерном случае в декартовой системе координат XYZ. Ориентация свойств в материале относительно оси нагружения различна. В первом случае вдоль направления оси нагружения OX (рис. 1) задавались максимальные упругие, пластические и прочностные свойства в материале (материал 1), во втором рассматриваемом случае были использованы минимальные упругие, пластические и прочностные характеристики материала, так же в направлении OX. В качестве материала преграды применялся алюминиевый сплав Д16Т. В данной модели используется только критерий Мизеса-Хилла, таким образом, пределы прочности при растяжении и сжатии считались равными.

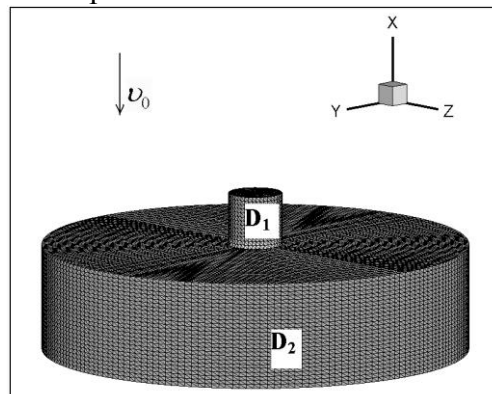


Рис. 1. Объемная начальная конфигурация ударника и преграды.

**Начальные условия**  $t=0$  :  $\sigma_{ij} = E = u = v = 0$ ,  $w = v_0$  при  $(x, y, z) \in D_1$ ,  $i, j = x, y, z$   
 $\sigma_{ij} = E = u = v = w = 0$  при  $(x, y, z) \in D_2$   
 $\rho = \rho_i$  при  $(x, y, z) \in D_i$ ,  $i = 1, 2$ .

$\rho_i$  – плотность материалов,  $E$  – удельная внутренняя энергия,  $u, v, w$  – компоненты вектора скорости в направлении осей  $OX, OY, OZ$  – соответственно.

**Граничные условия:** на свободных поверхностях  $D_1$  и  $D_2$  реализованы условия свободной границы

$$T_{nn} = T_{nr1} = T_{nr2} = 0,$$

на контактной поверхности между ударником и преградой реализовано условие скольжения без трения

$$T_{nn}^+ = T_{nn}^-, T_{nr1}^+ = T_{nr1}^- = T_{nr2}^+ = T_{nr2}^- = 0, v_n^+ = v_n^-.$$

Здесь  $n$  – единичный вектор нормали к поверхности в рассматриваемой точке,  $\tau_1$  и  $\tau_2$  – взаимно перпендикулярные единичные векторы в плоскости, касательной к поверхности в этой точке,  $T_n$  – вектор силы на площадке с нормалью  $n$ ,  $v$  – вектор скорости. Нижние индексы векторов  $T_n$  и  $v$  означают проекции на соответствующие вектора базиса; знак “+” характеризует значение параметров в ударнике, знак “–” характеризует значение параметров в преграде [6].

### Обсуждение результатов

Ниже представлен анализ результатов численного моделирования деформирования преграды из алюминиевого сплава Д16Т с различным направлением механических свойств в материале преграды относительно направления нагружения.

В первом случае задавались минимальные упругие, пластические и прочностные свойства в материале (материал 1) [3, 4]:  $E_1 = 86,7$  ГПа,  $E_2 = E_3 = 92,1$  ГПа,  $\nu_{12} = 0,32$ ,  $\nu_{31} = 0,34$ ,  $\nu_{23} = 0,33$ ,  $G_{12} = G_{13} = 33$  ГПа,  $G_{23} = 31$  ГПа,  $\sigma_{1T} = 290$  МПа,  $\sigma_{2T} = \sigma_{3T} = 350$  МПа,  $\tau_{12T} = \tau_{13T} = 150$  МПа,  $\tau_{23T} = 180$  МПа,  $\eta = 1$ ,  $\sigma_{1\beta} = 440$  МПа,  $\sigma_{2\beta} = \sigma_{3\beta} = 480$  МПа,  $\tau_{12S} = \tau_{13S} = 165$  МПа,  $\tau_{23S} = 195$  МПа.

Во втором случае – максимальные свойства (материал 2):

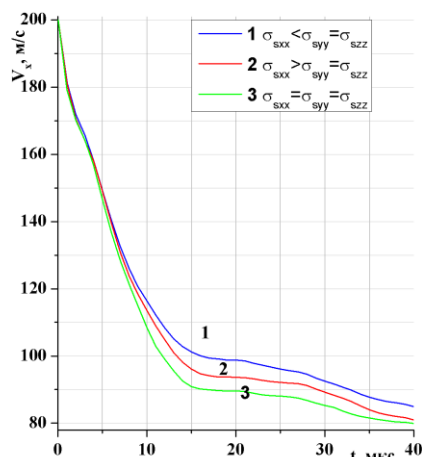
$E_1 = 92,1$  ГПа,  $E_2 = E_3 = 86,7$  ГПа,  $\nu_{12} = 0,33$ ,  $\nu_{31} = 0,32$ ,  $\nu_{23} = 0,34$ ,  $G_{12} = G_{13} = 31$  ГПа,  $G_{23} = 33$  ГПа,  $\eta = 1$ ,  $\sigma_{1T} = 350$  МПа,  $\sigma_{2T} = \sigma_{3T} = 290$  МПа,  $\tau_{12T} = \tau_{13T} = 180$  МПа,  $\tau_{23T} = 150$  МПа,  $\sigma_{1\beta} = 480$  МПа,  $\sigma_{2\beta} = \sigma_{3\beta} = 440$  МПа,  $\tau_{12S} = \tau_{13S} = 195$  МПа,  $\tau_{23S} = 165$  МПа.

В третьем случае – изотропный материал (материал 3):

$E_1 = E_2 = E_3 = 92,1$  ГПа,  $\nu = 0,39$ ,  $G_{12} = G_{13} = G_{23} = 33$  ГПа,  $\eta = 1$ ,  $\sigma_{1T} = \sigma_{2T} = \sigma_{3T} = 350$  МПа,  $\tau_{12T} = \tau_{13T} = \tau_{23T} = 180$  МПа,  $\sigma_{1\beta} = \sigma_{2\beta} = \sigma_{3\beta} = 480$  МПа,  $\tau_{12S} = \tau_{13S} = \tau_{23S} = 195$  МПа.

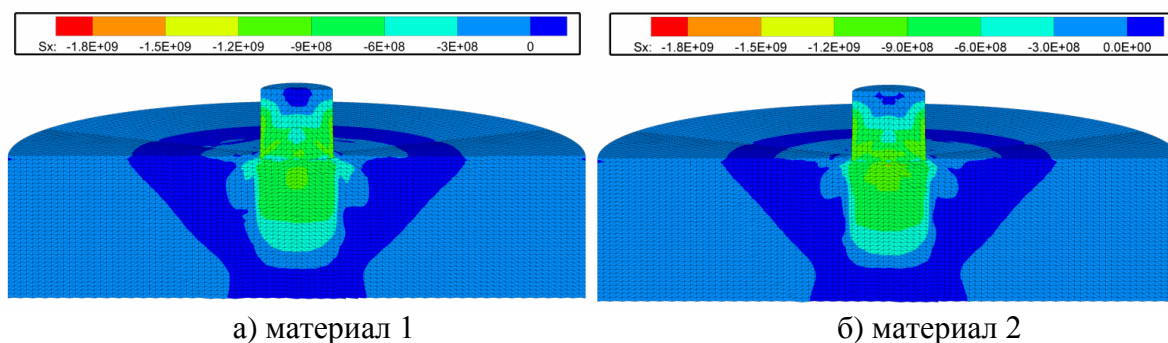
Здесь  $\sigma_{sii}$  – пределы текучести при растяжении,  $\tau_{sij}$  – пределы текучести при сдвиге.

Как видно из **рис. 2** ударник быстрее тормозится при взаимодействии с изотропной преградой (кривая 3). Наиболее слабое торможение ударника реализовано при взаимодействии с преградой, в материале которой по направлению удара минимальные свойства. К 20 мкс процесса отличие в скоростях торможения ударника составляет 5 м/с. Данное отличие можно объяснить не высокой степенью анизотропии механических свойств.



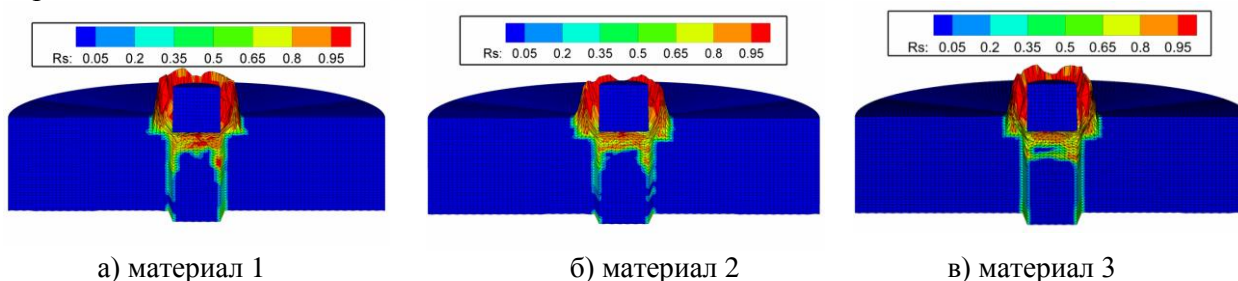
**Рис. 2** Кривые торможения компактных ударников при взаимодействии с металлическими преградами с различным направлением механических свойств относительно направления нагружения

На **рис. 3** представлена картина распределения компонент полных напряжений в первой волне сжатия для преград из материалов с минимальными и максимальными механическими свойствами в направлении OX соответственно. Волновая картина первых секунд процесса так же не демонстрирует значительных отличий.



**Рис. 3** Распределение компонент полных напряжений в направлении OX в момент времени 5мкс

На **рис. 4** представлены зоны разрушения при растяжении в материалах 1, 2 и 3 в момент времени 50мкс при начальной скорости нагружения 200м/с. К этому моменту времени как в первой, так и во второй преградах, в зоне кратера образуются значительные выплески. Применение критерия разрушения Мизеса – Хилла при моделировании упругопластического деформирования и разрушения металлических преград демонстрирует разрушение по типу выбивания пробки. Под ударником образуется небольшая зона разрушения при растяжении, а по толщине преграды формируется "пробка".



**Рис. 4** Зоны разрушения при растяжении в момент времени 50мкс

Наибольшее сопротивление внедрению ударника оказывает преграда из материала с одинаковыми во всех направлениях прочностными характеристиками. Однако зоны разрушения в металлических преградах для материалов 1, 2 и 3 отличаются незначительно. Область разрушения в изотропном материале меньше, чем в анизотропном. Данные отличия в зонах разрушения влияют в свою очередь на

распространение продольных и поперечных волн.

Таким образом, анализируя упругопластическое поведение и разрушение анизотропного и изотропного материалов при динамическом нагружении, можно сделать вывод, что анизотропия механических свойств материала оказывает влияние на его деформационное поведение. Если материал преграды считался изотропным (то есть во всех направлениях осей симметрии материала свойства одинаковые), то преграда из этого материала оказывала большое сопротивление внедрению ударника. Данный эффект наблюдается в результатах численных расчетов реализованных именно в трехмерной постановке. Он объясняется тем, что в случае применения критерия прочности Мизеса – Хилла, разрушение материала зависит от значений пределов прочности материала при сдвиге. Анизотропный материал преграды независимо от ориентации его свойств всегда имеет в каком либо направлении низкие значения пределов прочности при сдвиге.

#### **Заключение**

Представленный в работе сравнительный анализ результатов численных экспериментов для данного класса материалов позволяет сделать следующий вывод:

При условии равенства пределов прочности на растяжение и сжатие наибольшее сопротивление внедрению ударника оказывает изотропная металлическая преграда.

Представленный анализ результатов на примере динамического нагружения преграды из металла демонстрирует возможности используемой математической модели, численно реализованной в трехмерной постановке.

#### **Литература**

1. Johnson, G.R. High velocity impact calculation in three dimensions / G.R Johnson // J. Appl. Mech.– 1977.– V.44.–№3.– P.95-100.
2. Седов, Л. И. Механика сплошных сред / Л. И. Седов. – М.: Наука, 1976.- Т. 2. – 574 С.
3. Ильюшин, А. А. Пластичность. Основы общей математической теории / А. А. Ильюшин. – М.: Изд-во. АН СССР, 1963.– 271 С.
4. Ковальчук, Б.И. Теория пластического течения анизотропных сред. Сообщение 1. Определяющие соотношения / Б.И. Ковальчук, В.В. Косарчук, А.А. Лебедев // Пробл. прочности. – 1986. – №4. – С. 50-56.
5. Ковальчук, Б.И. Экспериментальное исследование законов упрочнения начально анизотропных материалов / Б.И. Ковальчук, В.В. Косарчук, А.А. Лебедев // Пробл. прочности.– 1982.– № 9. С. 3-9.
6. Кривошеина, М.Н. Разрушение и упругопластическое деформирование анизотропных материалов при динамическом нагружении / М.Н. Кривошеина, И.Ю. Коньшева, М.А. Козлова // Механика композиционных материалов и конструкций, 2006, Т. 12, № 4, С. 502-512.