Моделирование фильтрации жидкости в анизотропной среде с учетом наряженно-деформируемого состояния

Н.Т. Ажиханов
Международный казахско-турецкий университет им. К.А. Ясави, г. Туркестан, Казахстан
e-mail: ajihanov@mail.ru

Б.М. Темиров
С.С. Мауленов

В данной работе рассматривается пространственная задача определения продуктивности горизонтальной скважины в мелкослоистом пласте с наклонной плоскостью изотропии с учетом напряженно-деформируемого состояния пласта.

1. Постановка задачи

Фильтрация жидкости в деформируемом анизотропном пласте представляет собой сложную многофазную систему, макроскопическое поведение которой под действием нагрузок в зависимости определяется протеканием многих параллельно идущих процессов различной механической природы [1]. Задача определения напряженно-деформируемого состояния пласта с учетом фильтрации в ней жидкости представляется достаточно сложной. Для ее постановки и решения требуется рациональная схематизация основных процессов, протекающих в пласте [2]. Далее рассматривается математические модели фильтрации жидкости к скважине в деформируемой и недеформируемой анизотропных пластах. Изучения явления деформации коллекторов имеет важнейшие практические значения, ибо могут иметь ухудшение продуктивных характеристик коллекторов. Поэтому необходимо рассмотреть математические модели фильтрации жидкости к многоствольной горизонтальной скважине (МГС) в анизотропных деформируемых средах. В случае эксплуатации продуктивного пласта через многоствольную горизонтальную скважину (ГС), дебиты стволов, которых $\{Q_i(t_j)\}_{i=1}^m$ и забойные давление $\{p_i(t_j)\}_{i=1}^m$ в момент времени t_j предполагается известным. При этом система уравнений фильтрации жидкости в деформируемой среде имеет вид

$$\sum_{i=1}^{3} \frac{\partial^2 u_i}{\partial t\, \partial x_i} = \sum_{i,j=1}^{3} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{k_{ij}}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x_j} \right) - W_3, \tag{1}$$

$$\sum_{j=1}^{3} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + (n'\rho_f + (1-n')\rho_s)F_i = \frac{\partial p}{\partial x_i}, \quad i = 1,2,3; \tag{2}$$

$$\sigma_{ij} = \sum_{k,l=1}^{3} d_{ijkl}\varepsilon_{kl}, \tag{3}$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right); \tag{4}$$

$$W_3 = \begin{cases} \frac{Q_k(t)}{\pi r_c^2}\left(1 - \frac{r_k^2}{r_c}\right), & r_k \le r_c, \ |y| \le l_y \ k = \overline{1,m}, \\ 0, & r_k > r_c. \end{cases}$$

Здесь $p = p(x, y, z, t)$ -давление жидкости; u_i - компоненты перемещения $\left\{ \begin{array}{ccc} u & v & w \end{array} \right\}$; k_{ij} - коэффициенты проницаемости; μ - вязкость жидкости; σ_{ij} -компоненты напряжения $\left\{ \begin{array}{cccccc} \sigma_x & \sigma_y & \sigma_z & \tau_{xy} & \tau_{xz} & \tau_{yz} \end{array} \right\}$; ε_{ij} -компоненты деформации $\left\{ \begin{array}{cccccc} \varepsilon_x & \varepsilon_y & \varepsilon_z & \gamma_{xy} & \gamma_{xz} & \gamma_{yz} \end{array} \right\}$; d_{ijkl} - элементы матрицы коэффициентов деформации; n' - пористость; ρ_f, ρ_s - плотности жидкости и скелета (твердой фазы); F_i - компоненты вектора плотности массовых сил; $r_k = \sqrt{(x - x_k)^2 + (z - z_k)^2}$; r_c -радиус скважины; $2l_y$ - длина стволов ГС; $Q_k(t)$ - дебит k -й скважины; m -количество скважин; Начальные и граничные условия

$$u_i(x, y, z, 0) = u_0(x, y, z), \tag{5}$$

$$(\sigma_{ij} n_j - p n_i)|_{\Gamma_1} = f_i(t), \, u_i|_{\Gamma_2} = 0, \tag{6}$$

$$p|_{\Gamma_3} = p_\Gamma(t), \, \left.\frac{\partial\, p}{\partial\, n_i}\right|_{\Gamma_4} = 0, \tag{7}$$

$$p|_{\Gamma_{S_k}} = p_k(t), \quad k = \overline{1,m}. \tag{8}$$

где f_i - компоненты вектора поверхностной плотности внешних сил,$\mathbf{n}$ - единичный вектор внешней нормали к границе $\partial\Omega$. $\partial\Omega = \Gamma_1 \cup \Gamma_2 = \Gamma_3 \cup \Gamma_4$, т.е. граница состоит из двух независимых разбиений. Особенности распределения напряжений в деформируемом анизотропном мелкослоистом с жесткосцепленными наклонными к горизонтальной плоскости под произвольным углом пласте вблизи горизонтальной скважины исследованы на основе механического его моделирования трансверсально-изотропным (транстропным) телом с плоскостью изотропии, совпадающей с плоскостью напластования слоев. Современные методы моделирование фильтрации жидкости представлены для модельных задач отбора жидкости через скважину в изотропной, кусочно-изотропной пористой среде.

Моделирование фильтрации жидкости к горизонтальной скважине типа кершлага описывается уравнением (1). Необходимо подчеркнуть, что пространственное статическое напряженное и деформированное состояние транстропного массива могут быть упрощены (обобщеная плоская деформация) [3] при отборе жидкости через горизонтальную скважину типа кершлага. Поэтому появляется необходимость ввести соответствующие определения "обобщенной плоской фильтрации". Пусть из бесконечно длинного анизотропного массива отбирается жидкость через расположеную в середине горизонтальную скважину, тогда ее поперечные сечения искривляются из-за наличия наклонной плоскости изотропии. Поэтому напряжения, деформация и давления зависят от двух координат y и z - переменных в плоскостях поперечного сечения. Все анизотропные коэффициенты фильтрации также зависят от двух переменных. Такое движение жидкости к горизонтальной скважине в напряженном массиве будем называть обобщенной плоской фильтрацией. При этом коэффициенты фильтрации принимает значения

$$\begin{aligned} k_{yy} &= \left(k_{y'}(\cos^2\varphi + 1) + k_{z'}\sin^2\varphi\right)\exp(-\alpha\varepsilon_y), \\ k_{zz} &= \left(k_{y'}\sin^2\varphi + k_{z'}\cos^2\varphi\right)\exp(-\alpha\varepsilon_z), \\ k_{yz} &= \left(k_{z'}\sin\varphi\cos\varphi - k_{y'}\sin^2\varphi\right)\exp(-\alpha\gamma_{yz}). \end{aligned} \tag{9}$$

Тогда обобщенный закон Гука

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} + [I]p, \tag{10}$$

где $\{\sigma\} = \{\ \sigma_y \quad \sigma_z \quad \tau_{yz} \quad \tau_{xz} \quad \tau_{xy}\ \}^T$; $\{\varepsilon\} = \{\ \varepsilon_y \quad \varepsilon_z \quad \gamma_{yz} \quad \gamma_{xz} \quad \gamma_{xy}\ \}^T$; $[I] = diag\{\ 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0\ \}$.
С граничными условиями

$$\begin{gathered} p|_s = p_s, \\ p|_{ABCD} = p_1, \\ p|_{A'B'C'D'} = p_2, \\ \left.\frac{\partial p}{\partial n}\right|_{AA'DD'} = \left.\frac{\partial p}{\partial n}\right|_{BB'CC'} = 0, \\ \left.\frac{\partial p}{\partial n}\right|_{AA'DD'} = \left.\frac{\partial p}{\partial n}\right|_{BB'CC'} = 0. \end{gathered} \tag{11}$$

$$\begin{gathered} u|_{A'B'C'D'} = v|_{A'B'C'D'} = w|_{A'B'C'D'} = 0, \\ u|_{AA'DD'} = v|_{AA'DD'} = 0, u|_{BB'CC'} = v|_{BB'CC'} = 0 \end{gathered} \tag{12}$$

Коэффициенты деформации из (10) имеют вид

$$d_{1,1} = \frac{E_1(E_1 - E_2\nu_2^2)}{(1+\nu_1)\,(E_1\,(1-\nu_1) - 2E_2\nu_2^2)}, \tag{13}$$

$$d_{1,2} = \frac{E_1\,(E_1\nu_1 + E_2\nu_2^2)}{(1+\nu_1)\,(E_1\,(1-\nu_1) - 2E_2\nu_2^2)}\sin^2\varphi + \frac{E_1E_2\nu_2}{E_1\,(1-\nu_1) - 2E_2\nu_2^2}\cos^2\varphi,$$

$$d_{1,3} = \frac{E_1\left[(\nu_2 - 1)\,E_2\nu_2 + (E_1 - E_2\nu_2)\,\nu_1\right]}{2\,(1+\nu_1)\,(E_1\,(1-\nu_1) - 2E_2\nu_2^2)}\sin 2\varphi,$$

$$d_{2,2} = \frac{E_1\,(E_1 - E_2\nu_2^2)}{(1+\nu_1)\,(E_1\,(1-\nu_1) - 2E_2\nu_2^2)}\sin^4\varphi + \frac{E_1E_2\,(1-\nu_1)}{E_1\,(1-\nu_1) - 2E_2\nu_2^2}\cos^4\varphi +$$
$$+\frac{1}{4}\left[\frac{E_1E_2\nu_2}{E_1\,(1-\nu_1) - 2E_2\nu_2^2} + 2G_2\right]\sin^2 2\varphi,$$

. . . .

$$d_{4,5} = \frac{1}{2}\left[\frac{E_1}{2\,(1+\nu_1)} - G_2\right]\sin 2\varphi,$$

$$d_{5,5} = G_2\sin^2\varphi + \frac{E_1}{2\,(1+\nu_1)}\cos^2\varphi.$$

Пространственная задача фильтрации жидкости в деформируемой наклонной трансверсально-изотропной пористой среде с горизонтальной скважиной типа квершлага (1), (9)-(13) представляется в виде задачи обобщенной плоской фильтрации и обобщенной плоской деформации. Вычисление значения дебита ГС свидетельствует о существенном влиянии угла наклона плоскости изотропии на напряженно-деформируемое состояние пласта с учетом фильтрирующейся в ней жидкости. В случаях $\frac{k_{z'}}{k_{y'}} = 0.1,\ 0.2,\ 0.5$ и 1 при произвольном φ особого изменения в дебите Q не наблюдается, т.е. в этих значениях коэффициента фильтрации дебит ГС почти не изменяется. Далее свои наибольшие значения Q достигает в случае $\varphi = 0$ и $\frac{k_{z'}}{k_{y'}} = 10$. Из этого следует, что продуктивность горизонтального мелкослоистого пласта при десятикратном увеличении вертикального коэффициента фильтрации достигает максимального значения. Последующие отклонения от максимального значения дебита ГС заметны при следующих значениях по порядку угла наклона плоскости изотропии $\varphi = 90^0,\ 30^0,\ \ 60^0$ и 45^0 . Влияние упругих параметров на дебит Q особенно заметно при $\frac{E_2}{E_1} = 0.2$ и $\varphi = 0$.

В работе используется понятия обобщенной плоской фильтрации жидкости к разноориентированной горизонтальной скважине в пласте с наклонной плоскостью изотропии. Построена математическая модель пространственной фильтрации в деформируемом анизотропном пласте с учетом ползучести. Получены результаты при исследовании влияния деформации на дебит скважины с учетом упругих, ползучих и фильтрационных свойств анизотропного пласта. Разработаны и применены модифицированный метод конечных элементов для численного исследования задачи фильтрации флюида в неоднородном пласте, вскрытой скважинами типа штрека, квершлага и диагональной выработки. Таким образом создан пакет прикладных программ для расчета и анализа напряженно-деформируемого состояния флюдонасыщенного анизотропного пласта с возможностью автоматического разбиения расчетной области на конечные элементы.

Список литературы

[1] Zhumagulov B.T., Masanov Zh.K., Azhikhanov N.T. Calculation of production of horizontal well of type stretch in the anisotropic porous medium // Journal of Mathematics and Technology, ISSN: 2078-0257, February, 2010. p.86-90

[2] Жумагулов Б.Т., Масанов Ж.К., Н.Т. Ажиханов. Пакет прикладных программ для анализа продуктивности разноориентированной скважины в деформируемом наклонно-слоистом анизотропном пласте // Вычислительные технологии. 2010. Т.15, №6. С.75-80.

[3] Ажиханов Н.Т. Моделирование фильтрации нефти к разноориентированной горизонтальной скважине в мелкослоистом наклонном пласте // Математическое моделирование. 2011. Т.23, №2. С.107-117.