ФАЗОВЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПРИ НЕЛИНЕЙНОМ ПАРАМЕТРИЧЕСКОМ РЕЗОНАНСЕ В РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СИСТЕМАХ

Белоносов В.С.
Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск
Новосибирский государственный университет, Новосибирск
bvs@math.nsc.ru

Рассмотрим абстрактное уравнение Матьё—Хилла $u''(t) = -A^2u + \varepsilon F(\omega t, u)$, где $t \geqslant 0$, $u(t)$ — искомая функция со значениями в гильбертовом пространстве, A — линейный самосопряженный положительный оператор, ε — скалярный параметр, отображение $F(t, u)$ непрерывно и 2π-периодично по t. Подобную интерпретацию допускают многие уравнения, возникающие в прикладных исследованиях. При $\varepsilon = 0$ нулевое решение данного уравнения устойчиво по Ляпунову. Потеря устойчивости при сколь угодно малых $\varepsilon \neq 0$, когда частота ω близка к определенным критическим значениям, называется параметрическим резонансом. Для линейных по u отображений F это явление изучается со второй половины XIX века, и в настоящее время разработана достаточно полная математическая теория. Важная особенность нелинейных уравнений состоит в том, что критические частоты зависят от амплитуд колебаний. Если условия резонанса выполняются в начальный момент времени, то с ростом амплитуд они могут нарушаться. При этом амплитуды уменьшаются и возвращаются к исходным значениям, а затем весь процесс повторяется вновь и вновь. В теоретичской физике такие пульсации амплитуд называются *фазовыми колебаниями* [1], подробное изучение которых классическим методом усреднения Крылова—Боголюбова пока только начинается. Но здесь возникает еще одна фундаментальная проблема малых знаменателей. Эту проблему можно преодолеть, используя разработанную ранее модификацию метода усреднения [2]. В результате для широкого класса уравнений с операторами A, имеющими дискретный спектр, и с квадратичными по u возмущениями F удается установить [3], что динамика амплитуд колебаний при основном резонансе с высокой точностью описывается конечномерной динамической системой.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Заславский Г.М., Сагдеев Р.З.* Введение в нелинейную фмзику: От маятника до турбулентности и хаоса. // М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1988, 368 с.
2. *Белоносов В.С.* Спектральные свойства обобщенных функций и асимптотические методы теории возмущений. // Математический сборник, 2012, т. 203, № 3, с. 3–22.
3. *Белоносов В.С.* Асимптотический анализ параметрической неустойчивости нелинейных гиперболических уравнений. // Математический сборник, 2017, т. 208, № 8, с. 4–30.