О ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ГРАНИЧНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ НА КОНЕЧНОМ ВРЕМЕННОМ ПРОМЕЖУТКЕ

Танана В.П.
Южно-Уральский государственный университет, Челябинск
tananavp@susu.ru

Пусть тепловой процесс описывается системой

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \quad 0 < x < 1, \quad 0 < t \le t_0, \tag{1}$$

$$u(x,0) = 0, \quad 0 \le x \le 1, \tag{2}$$

$$u(0,t) = 0, \quad 0 \le t \le t_0, \tag{3}$$

$$u(1,t) = q(t), \quad 0 \le t \le t_0, \tag{4}$$

где

$$q(t) \in C^2[0,t_0], \ q(0) = q'(0) = q'(t_0) = q''(t_0) = 0. \tag{5}$$

Предположим, что в системе (1)–(4) функция $q_1(t)$ неизвестна, а вместо нее даны две функции $f(x)$ и $g_1(t)$ такие, что

$$f(x) = u(x,t_0), \quad 0 \le x \le 1, \tag{6}$$

$$g(t) = \frac{\partial u(0,t)}{\partial x}, \quad 0 \le t \le t_0. \tag{7}$$

Предполагая, что существует функция $q(t)$, удовлетворяющая условию (5), при подстановке которой в систему (1)–(4), полученное решение $u(x,t)$ удовлетворяет равенствам (6) и (7). Требуется доказать единственность функции $q(t)$.

Для доказательства единственности решения обратной граничной задачи теплопроводности на конечном временном промежутке использовано расширение исходной задачи на бесконечный временной промежуток. После чего, к новой задаче применено преобразование Фурье по времени. Используя это преобразование искомая задача сведена к системе обыкновенных дифференциальных уравнений, которая решена в явном виде. Доказана теорема единственности для обратной граничной задачи в Фурье образах.