

ПРИМЕНЕНИЕ НЕПРЕРЫВНЫХ ГРУПП СИММЕТРИЙ ПРИ ЧИСЛЕННОМ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ДВУХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

П.В. Марков

ООО «МикроМодел»
143026, г. Москва, Россия

Использование различных моделей в инженерной практике моделирования процессов многофазной фильтрации, связанных с разработкой месторождений нефти и газа, требует от моделей высокой степени точности и скорости получения результатов. Одним из возможных способов повышения скорости и точности численных расчетов является использование непрерывных групп симметрий для исследования разностных схем уравнений фильтрации [1]. Данная работа посвящена использованию непрерывных групп симметрии при численном решении задач двухфазной фильтрации – задача Рапопорта-Лиса [2].

В данной работе рассматривается следующее уравнение двухфазной фильтрации:

$$\varphi \frac{\partial S(t, \vec{x})}{\partial t} - \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial x^i} \left(A^i(\vec{x}, S(t, \vec{x})) \frac{\partial S(t, \vec{x})}{\partial x^i} \right) + \sum_{i=1}^n B^i(\vec{x}, S(t, \vec{x})) \frac{\partial S(t, \vec{x})}{\partial x^i} = 0, \quad (1)$$

где φ - пористость; коэффициенты A^i зависят от абсолютной и относительной фазовой проницаемостей, капиллярного давления; коэффициенты B^i зависят от функции Баклея-Леверетта и суммарного расхода воды и нефти.

Уравнение вида (1) имеют групповую классификацию, которая проведена, например, в работе [3]. Данная групповая классификация и метод построения инвариантных разностных схем [4] были использованы для выделения классов инвариантных разностных схем уравнения (1), которые интересны с точки зрения задач двухфазной фильтрации и размножения численных решений с помощью непрерывных групп симметрий.

Для проведения численных расчетов были выбраны коэффициенты A^i и B^i , соответствующие одному из выделенных классов и задаче двухфазной фильтрации в трещиноватой пористой среде [5]:

$$K_w(S) = S^N, \quad K_o(S) = (1 - S^N), \quad P_c(S) = -\frac{P_1}{N} \ln \left| \frac{S^N}{(S^N - 1)} \right| + P_2, \quad (2)$$

где K_w и K_o - относительные фазовые проницаемости для воды и нефти соответственно, P_c - капиллярное давление, P_1 и P_2 - некоторые константы, константа $N = 0.75$. Ниже на рис. 1 приводится пример получения новых численных решений за счет преобразований из группы симметрии (группа растяжений по времени и насыщенности) для одномерного случая. Также проведены численные расчеты для трехмерного случая с учетом функций (2).

Проведенные численные расчеты показали, что предложенный подход позволяет на несколько порядков быстрее получать численные решения по сравнению с методами решения систем линейных уравнений, соответствующих используемой разностной схеме. Исследование точности предложенного подхода позволяет говорить о том, что точность численных решений, полученных размножением с помощью непрерывной группы симметрии, зависит в большей степени от точности исходного решения.

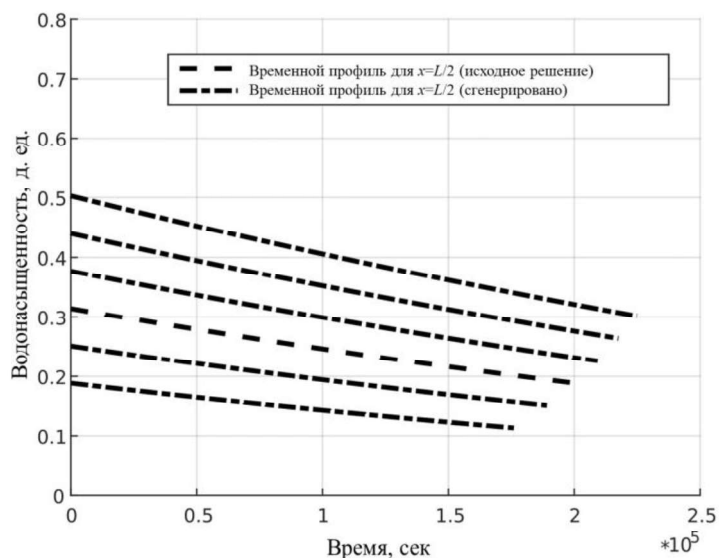


Рис. 1. Результаты размножения численного решения с помощью преобразований непрерывной группы симметрий для одномерного случая (L – размер расчетной области)

Полученные результаты могут быть использованы при разработке и применении упрощенных экспресс методик, решающих различные задачи проектирования разработки месторождений нефти и газа. Однако, одной из основных сложностью является необходимость использования таких коэффициентов A^i и B^i , при которых уравнение (1) обладает непрерывной группой симметрии. Дальнейшие исследования направлены на расширения спектра задач, где возможно применение непрерывных групп симметрий для получения численных решений.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-31-00436.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Markov P., Rodionov S.** Numerical Simulation Using Finite-Difference Schemes with Continuous Symmetries for Processes of Gas Flow in Porous Media // *Computation*. 2019. Vol. 7(3). P. 1-18.
2. **Rapoport L.A., Leas W.J.** Properties of linear waterfloods // *Journal of Petroleum Technology*. 1953. Vol. 5, Iss. 5. P. 139-148.
3. **Oron A., Rosenau P.** Some symmetries of the nonlinear heat and wave equations // *Physics Letters A*. 1986. Vol. 118, No 4. P. 172-176.
4. **Dorodnitsyn V.** *Applications of Lie Groups to Difference Equations*, Boca Raton, FL, USA: Taylor and Francis Group, 2011.
5. **Alturki A.A., Maini B.B., Gates I.D.** The effect of fracture aperture and flow rate ratios on two-phase flow in smooth-walled single fracture // *J. Petrol. Explor. Prod. Technol.* Vol. 3, P. 119-132.