

РАСЧЕТ ПРОНИЦАЕМОСТИ ГОРНЫХ ПОРОД НА ОСНОВЕ ПЕРИОДИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПОРИСТЫХ СРЕД

Д.Е. Игошин, Д.Ю. Легостаев

*Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики
им. С.А. Христиановича СО РАН, 625026, а/я 1507, г. Тюмень, Россия*

Основными фильтрационно-емкостными характеристиками пористых сред являются пористость и проницаемость (абсолютная и фазовая). При исследовании горных пород важной измеряемой величиной кроме пористости и проницаемости является гранулометрический состав. Проницаемость горной породы — сложная функция, определяемая гранулометрическим составом зерен, слагающих породу, их формой и взаимным расположением. Как правило, керновые данные представляют собой множество точек на диаграмме “пористость—проницаемость”, характеризуемое выраженной положительной корреляцией [1].

В [2, 3] описаны периодические пористые среды со скелетом из шаровых сегментов на основе кубических систем решетки: простой (КП), объемноцентрированной (КОЦ), гранецентрированной (КГЦ). Модельными параметрами в указанных структурах являются сторона куба L и степень пересечения сфер α (безразмерный). В [4; 5] для рассмотренных структур было проведено гидродинамическое моделирование стационарного течения вязкой несжимаемой жидкости. На основе численного решения системы уравнений Навье—Стокса и закона Дарси для модельных пористых сред, образованными этими структурами, определена проницаемость в зависимости от безразмерного параметра α : $k = k(\alpha)$ и пористости m : $k = k(m)$ при $L=10^{-5}$ м.

Пористость кубических структур

Структура	Пористость, $m = m(\alpha)$	$m(0)$	α^*	$m(\alpha^*)$	β^2
КП	$1 - (\pi/12) \cdot [2 - 3\alpha^2(3 - \alpha)] / (1 - \alpha)^2$	0.4764	0.2929	0.0349	1
КОЦ	$1 - (\pi\sqrt{3}/8) \cdot [1 - 2\alpha^2(3 - \alpha) - 1.5\alpha_2^2(3 - \alpha_2)] / (1 - \alpha)^2$ $\alpha_2 = 1 - 2(1 - \alpha)/\sqrt{3}$ при $\alpha > 1 - \sqrt{3}/2$	0.3198	0.1835	0.0055	3/4
КГЦ	$1 - (\pi\sqrt{2}/6) \cdot [1 - 3\alpha^2(3 - \alpha)] / (1 - \alpha)^2$	0.2595	0.134	0.0359	1/2

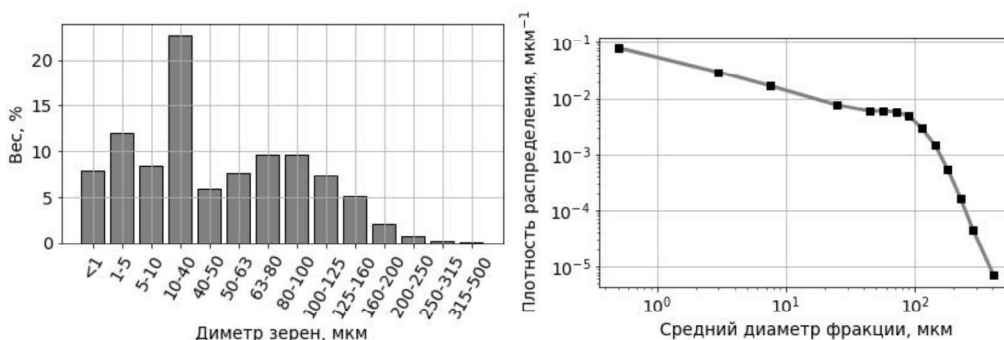


Рис. 1. Средний по пласту гранулометрический состав (слева) и функция плотности распределения зерен по средним размерам фракций (справа).

© Д.Е. Игошин, Д.Ю. Легостаев, 2019

Согласно π -теореме проницаемость можно представить в виде произведения безразмерной функции и масштабного параметра

$$k = d^2 \tilde{k}. \quad (1)$$

Приведенная проницаемость \tilde{k} зависит только от типа периодической структуры и не зависит от характерного размера зерен. Для кубических структур

$$d = \beta L / (1 - \alpha). \quad (2)$$

Гранулометрический состав ядерного образца представляет собой гистограмму процентного содержания зерен для N фракций. Для приведенных ядерных данных $N = 11$. Из системы (1)-(2) выразим модельное значение проницаемости i -ой фракции через значение k_{num} , определенное численно в [4, 5]

$$k_{num} = [\beta L / (1 - \alpha)]^2 \tilde{k}, \quad k_i = d_i^2 \tilde{k},$$

где d_i — средний диаметр i -ой фракции, откуда прогнозируемое значение проницаемости

$$k_i = [(1 - \alpha) d_i / \beta L]^2 k_{num}. \quad (3)$$

Если фракции в породе расположены параллельно, то ее проницаемость максимальна и определяется взвешенным средним арифметическим

$$\bar{k} = \frac{\sum_{i=1}^N w_i \cdot k_i}{\sum_{i=1}^N w_i} = k_{num} \frac{(1 - \alpha)^2 \sum_{i=1}^N w_i \cdot d_i^2}{\beta L^2 \sum_{i=1}^N w_i} = k_{num} \frac{(1 - \alpha)^2}{\beta L^2} \bar{d}^2. \quad (4)$$

где w_i — доля i -ой фракции в общем объеме зерна (вес фракции).

При случайном взаимном расположении фракций проницаемость определяется взвешенным средним геометрическим

$$\bar{k}_g = \exp \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^N w_i} \sum_{i=1}^N w_i \cdot \ln k_i \right). \quad (5)$$

При последовательном (слоистом) расположении фракций проницаемость определяется взвешенным средним гармоническим

$$\bar{k}_h = \frac{\sum_{i=1}^N w_i}{\sum_{i=1}^N \frac{w_i}{k_i}}. \quad (6)$$

На рис. 1 приведены взвешенные арифметическая, геометрическая и гармоническая оценки проницаемости с учетом гранулометрического состава. Видно, что оценка проницаемости, рассчитанная по (6), существенно ближе к ядерным данным, чем оценки по (4) и (5), которые на 1-3 порядка выше. Это связано с тем, что в породе крупные зерна, как правило, окружены более мелкими и доля крупных пор незначительна. Фильтрация происходит преимущественно по сети каналов внутри мелких фракций.

Эффективное значение проницаемости представим в виде взвешенного среднего геометрического значения между оценками по (5) и (6)

$$k = \bar{k}_g^\sigma \bar{k}_h^{1-\sigma}, \quad (7)$$

где σ — «вес» случайной укладки, $\sigma \in [0; 1]$. Минимизируя целевую функцию

$$J = \sum_{j=1}^n \frac{k_j - k_{c,j}}{k_{c,j}} \quad (8)$$

найдем σ . Для приведенных ядерных данных $\sigma = 0$, $F_{min} \approx 1065$. Это значит, что в целом среднее гармоническое лучше всего подходит для прогнозирования проницаемости. Однако, имеется 19 образцов с проницаемостью выше $10^{-14} \text{ м}^2 = 10 \text{ мД}$ и пористостью выше 9,5% (в правой верхней части диаграммы), проницаемость которых плохо предсказывается средним гармоническим.

На рис. 2 приведена оценка проницаемости, полученная по результатам оптимизационной задачи (7)-(9). Видно, что точки, соответствующие прогнозу модели, лежат в средней части облака керновых данных. В будущем интересным представляется сравнение приведенного прогноза проницаемости с оценками по обобщенному методу Козени [Ошибка! Источник ссылки не найден.] с учетом извилистости каналов [Ошибка! Источник ссылки не найден.]. Постановка задачи (7)-(9) допускает обобщение на случай трехпараметрической пористой структуры [Ошибка! Источник ссылки не найден.]. Гранулометрический состав рассмотренных образцов керна, отраженный в алгоритме [Ошибка! Источник ссылки не найден.], позволит получить еще одну оценку проницаемости по результатам прямого гидродинамического моделирования.

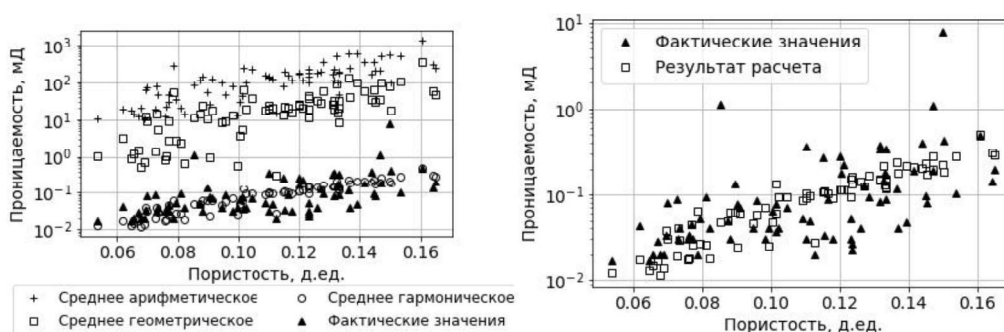


Рис. 2. Диаграммы пористость-проницаемость для различных способов осреднения (слева) и для оптимального (справа)

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-29-15119.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Игошин Д.Е., Мостовой П.Я., Белозеров Б.В., Хромова Н.А. Статистический подход к определению проницаемости пористых сред на основе периодических структур//Современная математика и ее приложения: Материалы Международной научно-практической конференции. (Уфа, 18-20 мая 2017 г). Уфа, 2017. С. 366-373.
2. Игошин Д.Е., Никонова О.А., Мостовой П.Я. Моделирование пористой среды регулярными упаковками пересекающихся сфер // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2014. № 7. С. 34-42.
3. Игошин Д.Е., Никонова О.А. Проницаемость пористой среды периодической структуры с разветвляющимися каналами // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2015. Т. 1. № 2. С. 131-141.
4. Игошин Д.Е., Сабуров Р.С. Численное исследование зависимости проницаемости от пористости среды, образованной каналами регулярной структуры // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2015. Т. 1. № 1. С. 84-90.
5. Игошин Д.Е. Численное определение проницаемости в среде периодической структуры, образованной разветвляющимися каналами // Автоматизация, телемеханизация и связь в нефтяной промышленности. 2015. № 12. С. 30-33.