ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ СО СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ ПРИ ЗАПОЛНЕНИИ ТРУБЫ С КОАКСИАЛЬНЫМ ЦЕНТРАЛЬНЫМ ТЕЛОМ

Е.И. Борзенко, Г.Р. Шрагер

Томский государственный университет
634050, Томск, Россия

Постановка задачи. В работе рассматривается заполнение вертикальной трубы с коаксиальным центральным телом вязкой жидкостью в поле силы тяжести. Область решения и система координат представлены на рисунке 1. Математическую основу задачи образуют уравнения Навье-Стокса и неразрывности, которые в безразмерных переменных в векторной форме имеют вид

$$\mathrm{Re}\left[\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}+(\mathbf{u}\cdot\nabla)\mathbf{u}\right]=-\nabla p+\Delta\mathbf{u}+\mathbf{W},\ \ \nabla\cdot\mathbf{u}=0.$$

Здесь **u** – вектор скорости с проекциями (u,v) на оси цилиндрической системы координат (r,z), t – время, p – давление, **W**=(0,-W), α - отношение радиуса внутреннего коаксиального тела к радиусу трубы, $\mathrm{Re}=\rho UR/\mu$ - число Рейнольдса, $\mathrm{W}=\rho gR^2/(\mu U)$. В качестве безразмерных масштабов длины, скорости, времени и давления используются радиус трубы R, среднерасходная скорость во входном сечении U, величина R/U и комплекс $\mu U/R$ соответственно, где μ - вязкость жидкости, ρ - плотность, g –ускорение силы тяжести.

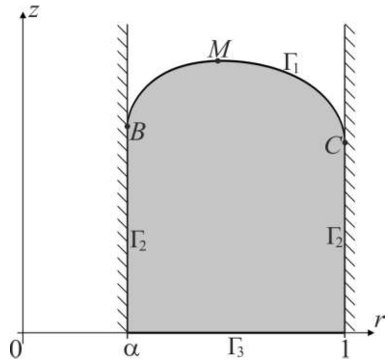

Рис. 1. Область течения.

На свободной поверхности Γ_1 выполняются условия отсутствие касательных напряжений и равенство нормального внешнему давлению, которое без ограничения общности можно считать равным нулю. Силы поверхностного натяжения не учитываются, движение свободной границы подчиняется кинематическому условию. На твердых стенках Γ_2 используется условие прилипания. Во входном сечении профиль скорости соответствует установившемуся течению вязкой жидкости в коаксиальном кольце

$$u=0,\ \ v=2\frac{(\alpha^2-1)\ln r+(1-r^2)\ln\alpha}{(1+\alpha^2)\ln\alpha+1-\alpha^2}.$$

В начальный момент времени труба частично заполнена жидкостью, свободная поверхность имеет плоскую горизонтальную форму и расположена на достаточном удалении от входной границы.

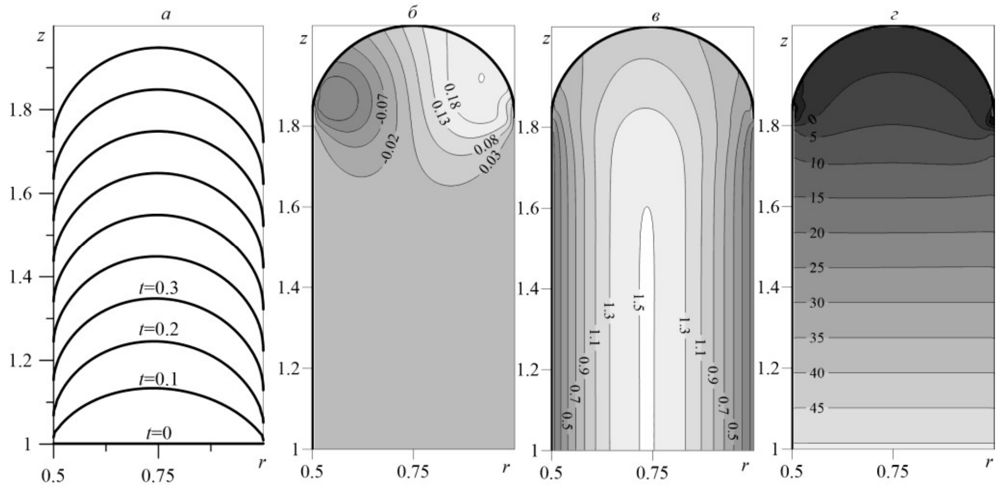

Рис. 2. Характеристики течения (Re=0.1, W=10, α=0.5).

Метод решения. Поставленная задача решается численно. Уравнение движения дискретизируется на разнесенной сетке с использованием метода контрольного объема, а уравнение неразрывности удовлетворяется с помощью корректирующей процедуры SIMPLE [1]. Расчет характеристик на свободной поверхности выполняется в соответствии с методом инвариантов [2]. Движение линии трехфазного контакта реализовано в предположении равенства динамического краевого угла π [3].

Результаты расчетов. С течением времени первоначально плоская свободная граница выгибается, приобретает установившуюся выпуклую форму и перемещается вдоль канала со среднерасходной скоростью (рис.2,*а*). Распределения компонент вектора скорости u, v и давления p изображены на рисунке 2 *б*, *в* и *г* соответственно в момент времени t=1. Видно, что в потоке можно выделить зону двумерного течения в окрестности свободной поверхности и зону одномерного течения в остальной части трубы.

Установившиеся формы свободной поверхности в зависимости от числа W, характеризующего соотношение гравитационных и вязких сил в потоке, и параметра α представлены на рисунке 3.

Исследование выполнено за счет гранта РФФИ (проект № 18-08-00412).

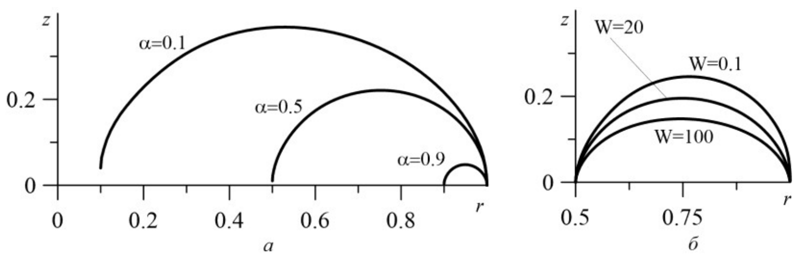

Рис. 3. Установившиеся формы свободной поверхности (Re=0.1: *а* – W=10, *б* - α=0.5)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Patankar S.** Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. New York.: Taylor & Francis, 1980.
2. **Васенин И.М., Сидонский О.Б., Шрагер Г.Р.** Численное решение задачи о движении вязкой жидкости со свободной поверхностью // Доклады АН СССР. 1974. Т. 217. № 2. С. 295–298.
3. **Borzenko E.I., Shrager G.R.** Effect of the type of boundary conditions on the three-phase contact line on the flow characteristics during filling of the channel // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2015. V.56. I. 2. P. 167-176.