

## ЛИНЕЙНЫЙ АНАЛИЗ И ПРЯМОЕ ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ФОРМИРОВАНИЯ ДЕТОНАЦИОННЫХ ЯЧЕЕК

С.П. Борисов<sup>1,2</sup>, А.Н. Кудрявцев<sup>1,2</sup>

1 — *Институт теоретической и прикладной механики  
им. С.А. Христиановича СО РАН,  
630090, Новосибирск, Россия*

2 — *Новосибирский государственный университет,  
630090, Новосибирск, Россия*

Хорошо известно, что детонационная волна (ДВ) имеет сложную нестационарную самоподдерживающуюся трехмерную ячеистую структуру. Её образование может быть объяснено неустойчивостью плоской ДВ по отношению к поперечным возмущениям. Линейная теория устойчивости ДВ хорошо развита лишь для простой химической модели с одной необратимой реакцией (см. [1,2]) и никогда не была напрямую сравнена с экспериментами. Таким образом, её выводы и связь с реальной ячеистой структурой остаются предметом обсуждений. Как отмечено в [3], для ДВ, распространяющейся в плоском или прямоугольном канале линейный анализ позволяет предсказать некоторые параметры ячеистой структуры в качественном согласии с экспериментальными наблюдениями, если предположить, что возмущение с наибольшим коэффициентом роста играет решающую роль в её формировании.

В настоящей работе численно исследуется процесс формирования детонационных ячеек в плоском канале и проводится сравнение полученных данных с предсказаниями линейной теории. Двумерные уравнения Эйлера для химически реагирующего газа решались с помощью WENO (Weighted Essentially Non-Oscillatory) схемы пятого порядка точности. Для того, чтобы ДВ оставалась в пределах расчетной области, применялась специальная техника периодических сдвигов границ расчетной области. Ширина канала  $H$  варьировалась, большинство расчетов проведено при  $H=100L_{1/2}$ . Здесь  $L_{1/2}$  – полуширина зоны реакции, т. е. расстояние между фронтом детонации и точкой, где переменная, отвечающая за прогресс химической реакции  $\lambda = 1/2$ . Обычная длина расчетной области  $80L_{1/2}$ . Сеточное разрешение варьировалось, наиболее подробная сетка состояла из  $2720 \times 3400$  точек; для расчетов использовалось до 80 ядер вычислительного кластера.

В качестве начальных условий бралась плоская волна (решение Зельдовича-Неймана-Дёринга) с наложенным на неё длинноволновым возмущением поперечной скорости. Расчеты проводились при различных степенях пересжатия  $f = (D/D_{CJ})^2$ , где  $D$  – скорость распространения ДВ,  $D_{CJ}$  – скорость Чепмена-Жугэ, безразмерных тепловыделении  $Q$ , и энергии активации  $E$ .

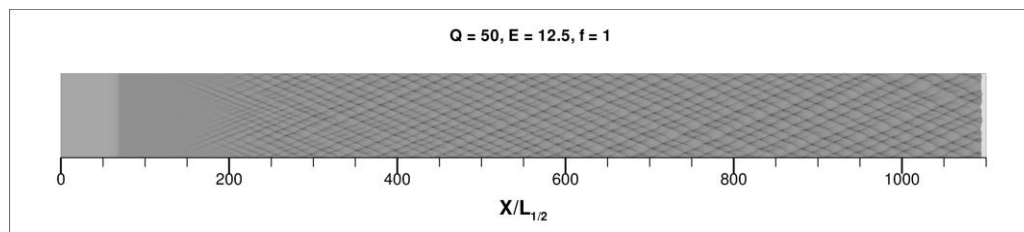


Рис. 1. Численный следовой отпечаток ДВ в плоском канале шириной  $H = 100 L_{1/2}$ .

Численный следовой отпечаток (визуализирующий максимум давления как функцию координат и времени), полученный из расчета при  $Q = 50$ ,  $E = 12.5$ ,  $f = 1$  представлен на Рис. 1. При данных параметрах линейный анализ предсказывает существование единственной неустойчивой моды – см. Рис. 2. Коэффициент роста достигает максимума при поперечном волновом числе  $k_m = 1.095/H$ , что при ширине канала  $H = 100L_{1/2}$  соответствует числу полужаечек  $N_c$  между 34 и 35 (многофронтную структуру ДВ удобно характеризовать удвоенным числом детонационных ячеек  $N_c$ , поскольку из граничных условий на стенках канала следует, что именно  $N_c$  должно быть целым числом).

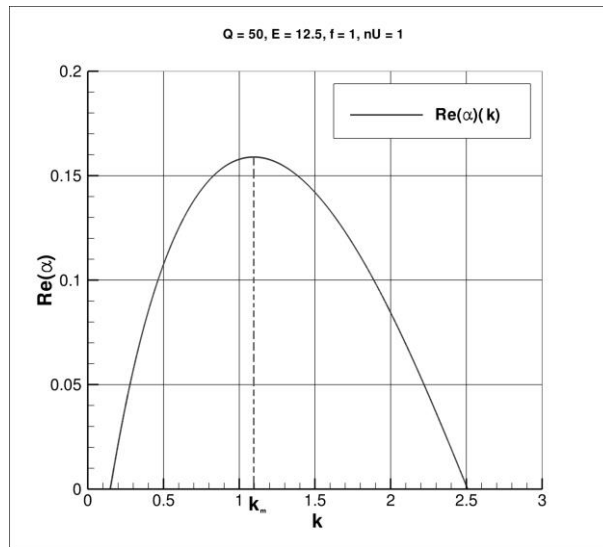


Рис. 2. Коэффициент роста неустойчивых возмущений в зависимости от их поперечного волнового числа при  $Q = 50$ ,  $E = 12.5$ ,  $f = 1$ .

Как видно из Рис. 1, детонационные ячейки становятся различимы при  $x/L_{1/2} = 180$ . Несмотря на возбуждение длинноволновым возмущением, сначала они малы. Затем, однако, их размер увеличивается, и становится почти неизменным при  $x/L_{1/2}$ , больших 350. Наблюдаемая ячеистая структура далека от регулярной — на любом расстоянии от начального положения фронта можно одновременно наблюдать и маленькие, и большие ячейки.

Чтобы получить количественную характеристику процессов образования и развития ячеистой структуры, было использовано преобразование Фурье поля поперечной скорости по поперечной координате:

$$\hat{v}_k(x, t) = \frac{2}{H} \int_0^H v(x, y, t) \sin \frac{k\pi y}{H} dy.$$

На Рис. 3 показана полученная зависимость числа (полу)ячеек  $N_c$  от времени. Линия, обозначенная “max” определена по номеру  $k$  гармоники Фурье, при котором наибольшее значение имеет величина  $\max_x |\hat{v}_k(x, t)|$ , где максимум берется по всему интервалу между ДВ и концом расчетной области. Вторая линия (“ave”) построена по номеру гармоники, при котором достигается наибольшее значение величины  $\int |\hat{v}_k(x, t)| dx$ ,

где интегрирование выполняется по тому же интервалу. Обе кривые хорошо согласуются друг с другом. Видно, что сразу же после формирования первых ячеек их число близко к предсказываемому линейной теорией. Однако, далее, когда ячеистая структура становится хорошо развитой, их число уменьшается приблизительно в два раза. Очевидно, что данный процесс «спаривания» обусловлен влиянием нелинейных эффектов. Таким образом, можно заключить, что предсказания линейной теории оказываются верны только для ранних стадий формирования ячеистой структуры. Изучение нелинейных механизмов, ответственных за увеличение размеров ячеек представляется интересной задачей для будущих исследований.

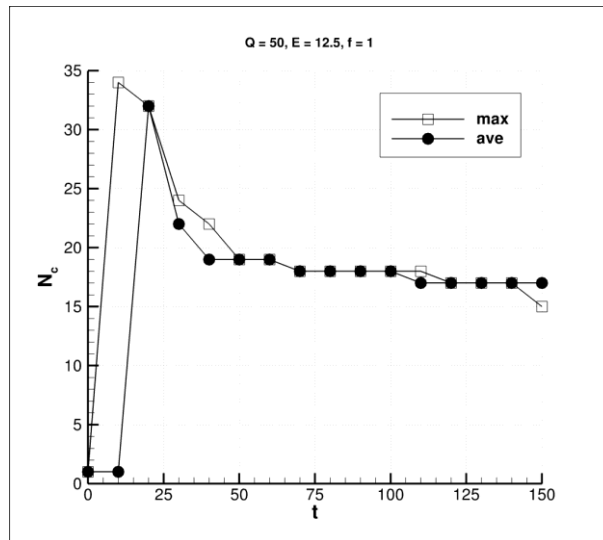


Рис. 3. Изменение числа ячеек со временем в плоском канале высоты  $H = 100 L_{1/2}$ .

В ходе проведения численных экспериментов были изучены и другие характеристики многофронтной детонации, исследовались распределения основных гидродинамических величин за ударной волной; их осредненные по поперечной координате распределения и скорость распространения ДВ сравнивались с результатами одномерной теории Зельдовича-Неймана-Дёринга. На Рис. 4 показано изменение скорости волны  $D$  со временем, при этом скорость ДВ вычислена из положения ее переднего фронта на некоторой линии  $y = \text{const}$ . Как видно из Рис. 4, из-за сложной нестационарной структуры ДВ ее скорость испытывает сильные флуктуации, при этом средняя скорость распространения оказывается несколько выше теоретической скорости Чепмена-Жуге  $D_{CJ}$  (показанной светлой линией).

Другой интересной величиной является поле числа Маха, рассчитанное по скорости газа относительно ДВ,  $M = (u - D_{CJ})/c$ . В соответствии с решением Зельдовича-Неймана-Дёринга в используемой нами химической модели для самоподдерживающейся детонации (детонации Чепмена-Жуге) число Маха относительно фронта ударной волны должно достигать единицы только асимптотически, на бесконечности. На Рис. 5 показано поле чисел Маха, полученное в реальном двумерном расчете. Видно, что число Маха остается дозвуковым по всей ширине канала лишь в узкой области непосредственно за передним фронтом волны.

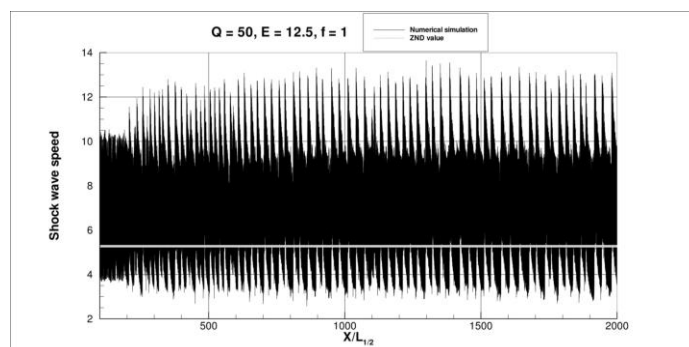


Рис. 4. Изменение со временем скорости распространения переднего фронта ДВ.

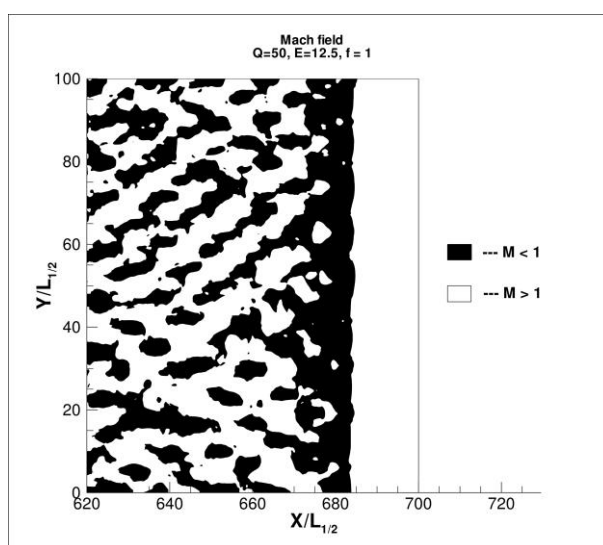


Рис. 5. Мгновенное поле числа Маха относительно фронта волны.

Данная работа выполнена при финансовой поддержке гранта Правительства РФ (Договор № 14.Z50.31.0019) для поддержки исследований под руководством ведущих учёных.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Ficket W., Davis W.C.** Detonation: Theory and Experiment, Berkeley: University of California Press, 1979.
2. **Lee J.H.S.** The Detonation Phenomenon, Cambridge et al.: Cambridge University Press, 2008.
3. **Кудрявцев А.Н., Борисов С.П.** Устойчивость детонационных волн, распространяющихся в плоских и прямоугольных каналах // Материалы IX Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (Алушта, 25-31 мая 2012 г.). Изд-во МАИ, Москва, 2012, С. 226-228.