

**Оценки консервативных загрязнений потоков в условиях неопределенности и  
распределенные вычисления**  
**А.Н. Роголев, ИВМ СО РАН г.Красноярск**  
**rogalyov@icm.krasn.ru**

Основное препятствие в использовании математических моделей для оценки величины загрязнения потоков состоит в трудности определения точных значений параметров. Представляет существенный экологический интерес прогноз эволюции загрязнения – изменения его концентрации в увеличивающемся объеме загрязнения воды в процессе ее движения вниз по течению. От результатов количественной оценки этих изменений зависит принятие решений о проведении различных технических и организационных мероприятий. Со времен классических исследований Стритера и Фелпса (Streeter - Phelps) [1],[2], [3] моделированию и анализу содержания растворенного кислорода (РК) было посвящено значительное внимание в моделях качества воды. Это естественно по двум причинам: с одной стороны, РК является естественным показателем жизнедеятельности водной среды, с другой стороны, поскольку многие параметры загрязнения и качества воды взаимодействуют с РК, его изменения во времени трудно охарактеризовать. Один из более известных критериев загрязнения отходами (БПК), является основной причиной уменьшения содержания РК в воде и, следовательно, ухудшения качества воды. В силу важности взаимодействия между РК и БПК стало обычным говорить о РК – БПК моделях.

Задачи загрязнения потоков описываются согласно модели [1],[2] линейной системой обыкновенных дифференциальных уравнений, в которой неизвестными параметрами являются величина биохимической потребности кислорода (BOD) и величина растворенного кислорода (DO). В докладе описывается применение гарантированных методов для оценки решений дифференциальных уравнений с неточно заданными .

Система уравнений, описывающих состояние потока принимаем вид:

$$\begin{cases} \frac{d}{dx} L(x) = \frac{1}{u} [-(k_1 + k_3)L(x) + l_a] \\ \frac{d}{dx} C(x) = \frac{1}{u} \{-k_1 L(x) + k_2 [C_s - C(x)] - d_b\}, \end{cases} \quad (1)$$

где  $x$ —расстояние вниз по течению,  $C(x)$ — концентрация растворенного кислорода в воде на расстоянии, равном  $u$ , вниз по потоку,  $L(x)$  — биохимическая потребность кислорода в воде на расстоянии  $x$  вниз по течению,  $u$ — средняя скорость течения (км/день),  $C_s$ — концентрация поглощения растворенного кислорода.

Уравнения составлены в соответствии с гипотезой, что продукт, опосредующий биохимическую потребность в кислороде, и растворенный кислород вступают в реакцию и образуют в итоге инертный продукт, скорость реакции равна  $k_1 L$ . В дополнение, продукт, опосредующий БПК, убывает в силу отложения в осадок или абсорбирования со скоростью  $k_3 L$ , а также увеличивается со скоростью  $l_a$ , если источники загрязнения поступают вниз по течению.

Величина растворенного кислорода возрастает в силу повторной вентиляции (аэрации) со скоростью  $k_2(C_s - C(x))$  и уменьшается со скоростью  $d_b$ , за счет поглощения (дыхания) организмов в воде. (Если фотосинтез водной растительности превышает поглощение (дыхание), то коэффициент должен быть отрицательным.)

Для установившихся течений влияние диффузии на загрязнение становится пренебрежимо малой, которой можно пренебречь. Коэффициенты этой системы могут изменяться вдоль потока, но остаются заключенными в заданные области. Описание их с помощью фиксированных значений, выбранных в пределах этих границ, становится недостаточно. Одновременно выбор случайных коэффициентов для этих систем характеризуется несколькими недостатками, которые исправляют модели с коэффициентами – многозначными величинами. Так, например, уровень значимости оценок, полученных в стохастической модели не превосходит 66 процентов, что может приводить к тому, что все траектории этой системы покинут указанные области за исследуемое время.

Рациональное природопользование предполагает управление природными процессами, т.е. запрограммированное воздействие на природные объекты с целью получения опре-

деленного хозяйственного эффекта. Чтобы управление было достаточно эффективным, необходимо иметь данные о динамических свойствах этих объектов, их изменении в результате антропогенного воздействия, предвидеть последствия вмешательства человека в ход естественных процессов.

За последнее десятилетие накоплен большой материал по изменению природы. Однако он не содержит данных о динамике развития процессов. В связи с этим встал вопрос об организации специальных наблюдений за состоянием окружающей природной среды и ее антропогенными изменениями с целью их оценки, прогнозирования и своевременного предупреждения о возможных неблагоприятных последствиях, т.е. о введении постоянной действующей службы наблюдения мониторинга и включении в этот мониторинг численных алгоритмов анализа математических моделей [4]-[5].

Разработана схема информационных потоков и структура программной системы для решения задачи контроля качества воды. При реализации программ применялись методы, использующие MPI, для распараллеливания численного алгоритма. Оценки, посчитанные в гарантированных методах, являются достоверными для данных областей в рамках выбранной модели.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Streeter H., Phelps E. A study of the population and natural purification of the Ohio river. Bulletin № 146. U.S. Public Health Service. 1925.
- [2]. Padgett W., Schultz G., Tsokos C. A random differential equation approach to the probability distribution of BOD and DO in streams. SIAM J. Appl. Math. 1977. v.32. p. 467 - 483.
- [3]. Padgett W. A stream pollution model with random deoxygenation and reaeration coefficients. Mathematical Biosciences. 1978. v.42. p. 137-148.
- [4]. Абакумов А.И., Бочаров Л.Н., Бердников С.В., Домбровский Ю.А., Тютюнов Ю.В. Алексеев В.В., Крышев И.И., Сазыкина Т.Г. Физическое и математическое моделирование экосистем. Санкт-Петербург: Гидрометеоиздат. 1992.
- [5]. Рациональное использование водных ресурсов бассейна Азовского моря. Математические модели / Под ред. И.И.Воровича. М.: Наука, 1981г.