

Влияние вязкой диссипации на кинематические и динамические характеристики течения при заполнении канала*

Е.И. БОРЗЕНКО

Томский государственный университет

e-mail: borzenko@ftf.tsu.ru

Г.Р. ШРАГЕР

Исследуется нестационарное, неизотермическое течение вязкой жидкости при заполнении плоского канала с учетом диссипации механической энергии, зависимости вязкости от температуры и наличия свободной границы. Приводятся результаты численных расчетов полей температуры, вязкости, динамических и кинематических характеристик потока в зависимости от значений определяющих безразмерных параметров.

ВВЕДЕНИЕ

Заполнение емкостей жидкостью широко реализуется в отраслях промышленности, где используется метод литья для производства изделий. В частности, при переработке полимерных материалов заполнение емкостей является одним из основных этапов формования изделий методом литья. В основном на этой стадии возможно возникновение воздушных полостей внутри и на границах потока, линий смятия при смыкании складок на свободной поверхности и т.п., приводящие к дефектам формируемого изделия. В целях правильной организации технологии производства и прогнозирования качества изделий необходимо детальное исследование процессов физико-химической гидродинамики, реализуемых при переработке полимерных композиций. В общем случае течение полимерной жидкости при заполнении характеризуется нестационарностью, неизотермичностью, сложным реологическим поведением, химическими превращениями с различной кинетикой, наличием свободных поверхностей и разнообразием форм заполняемых емкостей [1]. Учет всех перечисленных факторов с использованием их современного физического представления в математической модели для количественного описания процесса чрезвычайно усложняет задачу не только с точки зрения получения решения, но и при формулировке критериальных зависимостей для основных технологических параметров и их анализе. В этой связи для детального исследования эффектов того или иного фактора в рассматриваемом процессе представляется целесообразным в математической модели ограничиваться учетом выбранного фактора.

За последние десятилетия были выполнены многочисленные исследования процессов физико-химической гидродинамики, реализуемых на стадии заполнения емкостей при формовании изделий из полимерных композиций методом литья. При этом используются как физическое так и математическое моделирование.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (соглашение № 14.В.37.21.0419) и Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 12-08-00313а).

Вначале рассматривались упрощенные математические модели без учета свободной поверхности, позволяющие получать приближенные решения в аналитической форме, либо реализуемые с помощью простых численных алгоритмов [2, 3]. Позднее многие авторы используют метод конечных разностей и метод конечных элементов для исследования изотермического течения при заполнении емкостей в плоской и осесимметричной постановках. Основные результаты, полученные на тот период, представлены в работах [4, 5, 6]. Современный уровень исследования для изотермического случая обсуждается в [7].

Полимерные композиции являются термопластичными или терморезистивными материалами, реологические характеристики и фазовое состояние которых зависят от температуры. Неизотермичность процесса заполнения емкостей полимерной жидкостью обуславливается диссипацией энергии в потоке, химическими превращениями, условиями теплообмена на границах и начальными условиями. Вязкая диссипация, как механический источник тепла, изменяет температуру среды и следовательно ее реологические параметры и степень химического превращения, что, в свою очередь, влияет на кинематические и динамические характеристики течения. Одной из простых моделей, способствующих пониманию эффекта вязкой диссипации, является течение внутри канала. Результаты исследования неизотермических течений ньютоновских и неньютоновских жидкостей в каналах без свободных границ достаточно полно представлены в обзорах [8, 9, 10, 11]. Рассмотрению неньютоновского заполнения с учетом свободной поверхности посвящены работы [12, 13, 14, 15].

Целью данного исследования является изучение влияния диссипативного разогрева на кинематические и динамические характеристики течения, поле температуры и вязкости при заполнении канала ньютоновской жидкостью с использованием оригинального численного метода, позволяющего аппроксимировать естественные граничные условия на явно выделенной свободной поверхности.

1. Постановка задачи

Рассматривается заполнение вертикального плоского канала несжимаемой жидкостью в поле силы тяжести с учетом диссипативного разогрева, зависимости вязкости от температуры и наличия свободной поверхности. Область решения схематически изображена на рис.1. Течение описывается уравнениями движения, неразрывности и энергии, которые в безразмерных переменных принимают вид

$$\text{Re} \frac{d\mathbf{V}}{dt} = -\nabla p + \nabla \cdot (2BE) + \mathbf{W}, \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0, \quad (2)$$

$$\text{Pe} \frac{d\theta}{dt} = \Delta\theta + C_1 \cdot 2B \cdot I_2. \quad (3)$$

Зависимость вязкости от температуры определяется выражением, являющимся безразмерным аналогом уравнения Рейнольдса [16]

$$B = e^{-C_2\theta}. \quad (4)$$

Здесь \mathbf{V} - вектор скорости; p - давление; t - время; $\mathbf{W} = \{0, W\}$; $\theta = (T - T_0)/T_0$ - температура; T, T_0 - размерная температура жидкости в потоке и на твердой стенке соответственно; $I_2 = e_{ij}e_{ji}$ - второй инвариант тензора скоростей деформаций E ;

$Re = \rho UL/\mu$ - число Рейнольдса; $W = \rho g L^2/\mu U$ - параметр, характеризующий отношение гравитационных и вязких сил; $Pe = c\rho UL/\lambda$ - число Пекле; $C_1 = \mu U^2/\lambda T_0$ - параметр, характеризующий соотношение диссипативного разогрева и кондуктивного переноса тепла; $C_2 = \alpha T_0$ - параметр экспоненциальной зависимости вязкости от температуры; ρ - плотность; μ - вязкость при температуре T_0 ; g - ускорение силы тяжести; α - константа; c - теплоемкость; λ - коэффициент теплопроводности. В качестве масштабов обезразмеривания выбраны следующие величины: длины - полуширина канала L ; скорости - среднерасходная скорость во входном сечении U ; давления - величина $\mu U/L$, вязкости - вязкость μ .

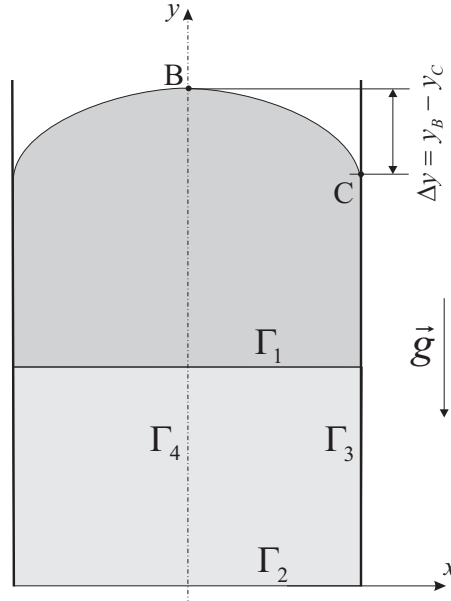


Рис. 1. Область решения

На свободной поверхности Γ_1 (рис. 1) в качестве граничных условий используются отсутствие касательного напряжения и равенство нормального внешнему давлению, которое без ограничения общности можно считать равным нулю, и нулевой тепловой поток. Кроме того, свободная граница подчиняется кинематическому условию. На входной границе Γ_2 задаются распределения скорости и температуры в соответствии с используемой физической постановкой. На твердой стенке Γ_3 выполняется условие прилипания, а температура совпадает с температурой стенки. На линии симметрии Γ_4 выполняются условия симметрии. Силы поверхностного натяжения не учитываются.

Таким образом, граничные условия записываются в виде

$$\Gamma_1 : \frac{\partial v_n}{\partial s} + \frac{\partial v_s}{\partial n} = 0, p = 2B \frac{\partial v_n}{\partial n}, \frac{\partial \theta}{\partial n} = 0, \quad (5)$$

$$\Gamma_2 : v_x = 0, v_y = f(x), \theta = \varphi(x), \quad (6)$$

$$\Gamma_3 : v_x = 0, v_y = 0, \theta = 0, \quad (7)$$

$$\Gamma_4 : v_x = 0, \frac{\partial v_y}{\partial x} = 0, \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0, \quad (8)$$

где v_n, v_s - нормальная и касательная составляющие скорости на свободной поверхности соответственно, $f(x), \varphi(x)$ - заданные функции.

Условия (5) записаны в локальной декартовой системе координат, нормально связанной со свободной поверхностью. Движение свободной границы осуществляется в соответствии с кинематическим условием, которое в лагранжевом представлении записывается в виде

$$\frac{dx}{dt} = v_x, \frac{dy}{dt} = v_y. \quad (9)$$

В начальный момент времени канал частично заполнен жидкостью и свободная поверхность расположена на достаточном удалении от входной границы Γ_2 , чтобы исключить её влияние на характер течения в окрестности последней. Начальное поле скорости и температуры соответствуют физической постановке задачи.

2. Метод решения

Для численного решения сформулированной задачи применяется конечно-разностный метод [17], который базируется на использовании метода инвариантов для расчета характеристик течения на свободной поверхности [18] и алгоритма SIMPLE для расчета искомых переменных во внутренних узлах разнесенной сетки [19]. При этом значения скоростей вычисляются с применением экспоненциальной схемы, а для расчета температуры используется противопоточная аппроксимация конвективных слагаемых. Согласно [18] первое из условий (5) записывается совместно с уравнением неразрывности, что позволяет использовать схемы бегущего счёта для вычисления составляющих скорости частиц - маркеров на свободной границе. Соответствующие значения давления и температуры вычисляются из разностных аналогов второго и третьего из условий (5) соответственно. Эволюция свободной поверхности определяется из разностных аналогов уравнений (9) с использованием схемы Эйлера.

3. Результаты расчетов

Для оценки эффекта вязкой диссипации на температуру среды и характеристики течения рассматриваются две физические постановки задачи. Вначале исследуется случай, в котором жидкость поступает в канал с постоянным расходом и температурой, равной температуре стационарного неизотермического потока жидкости в бесконечном канале с учетом диссипации механической энергии и зависимости вязкости от температуры. Граничные условия для скорости на входе и начальное распределение скорости и температуры соответствует такому течению. При этом значения определяющих параметров должны обеспечивать существование стационарного решения, исключающего явление гидродинамического теплового взрыва [20].

Интенсивность вязкой диссипации в потоке определяется значением параметра C_1 . Рис. 2 демонстрирует влияние этого параметра на характеристики течения при прочих равных условиях. Распределения температуры, вязкости, давления и скорости представлены в момент времени $t = 5$. Наблюдается незначительное увеличение температуры в окрестности свободной поверхности. С уменьшением вязкости интенсивность растекания жидкости к твердым стенкам в окрестности свободной границы растет, поэтому выпуклость свободной поверхности уменьшается с увеличением C_1 . Перепад давления в потоке также падает с ростом C_1 вследствие уменьшения вязкости.

Соотношение конвективного и кондуктивного теплопереноса в потоке характеризуется значением числа Пекле. На рис. 3 представлены распределения температуры, вязкости, давления и скорости при $Pe = 1000$, а значения остальных параметров совпадают с таковыми для результатов на рис. 2. Сравнение данных на рис. 2,3 показывает качественное изменение распределения температуры и вязкости. В части потока в окрестности твердой стенки с ростом числа Pe происходит изменения профиля температуры.

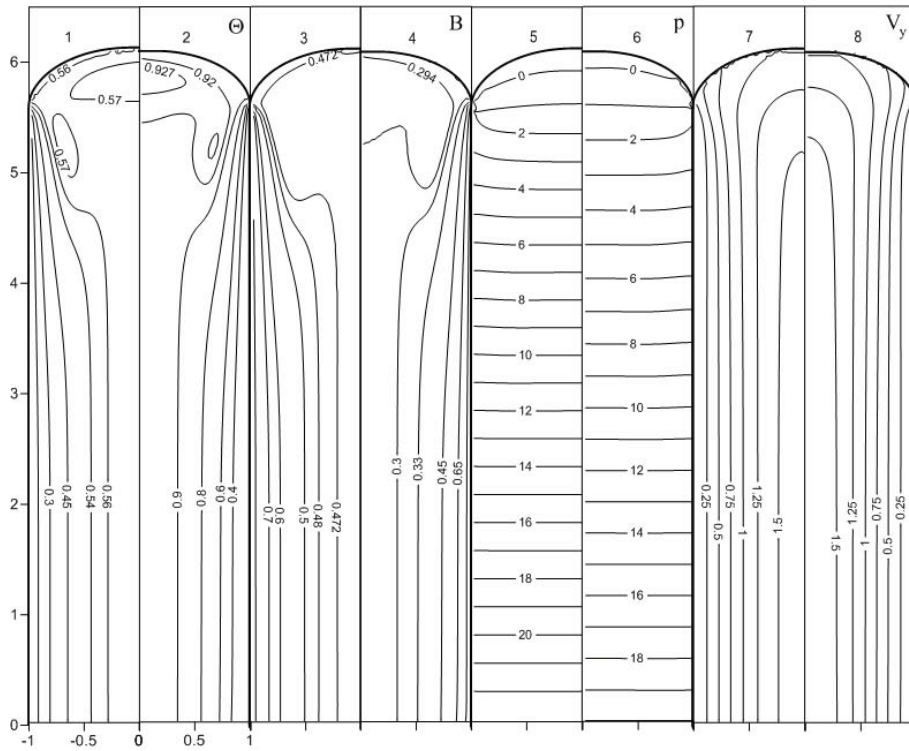


Рис. 2. Изолинии температуры, вязкости, давления и скорости при $Re = 0.01$, $W = 2$, $Pe = 100$, $C_2 = 1.33$: 1, 3, 5, 7 - $C_1 = 1$; 2, 4, 6, 8 - $C_1 = 2$.

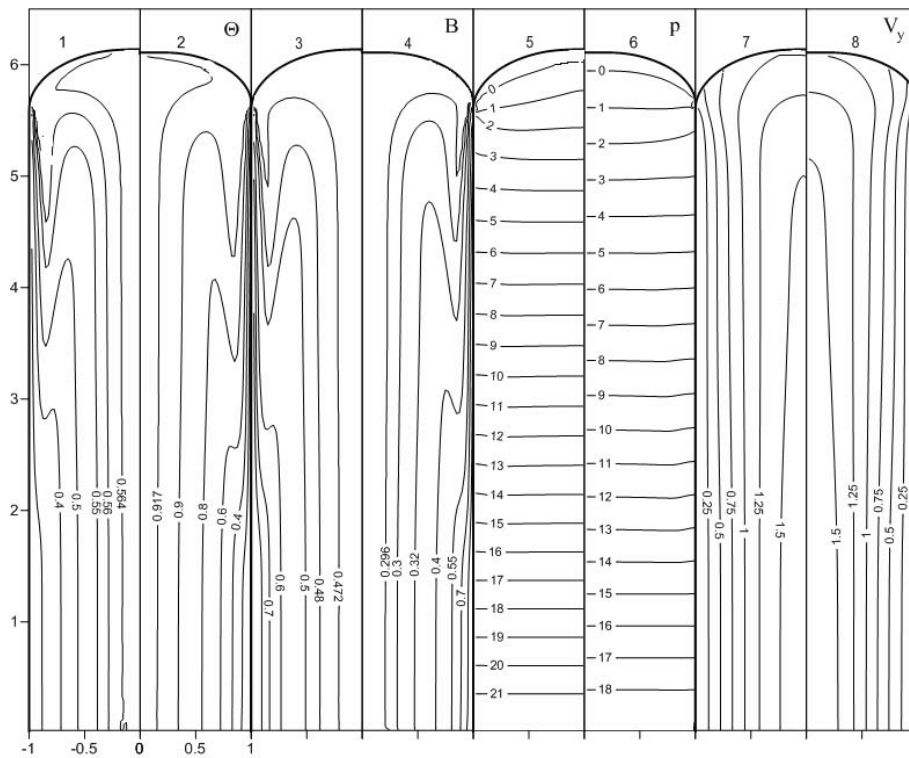


Рис. 3. Изолинии температуры, вязкости, давления и скорости при $Re = 0.01$, $W = 2$, $Pe = 1000$, $C_2 = 1.33$: 1, 3, 5, 7 - $C_1 = 1$; 2, 4, 6, 8 - $C_1 = 2$.

С увеличением числа Пекле преобладание конвективной составляющей в теплопереносе увеличивается и распределение изотерм в большей степени соответствует кинематике фонтанирующего течения [21].

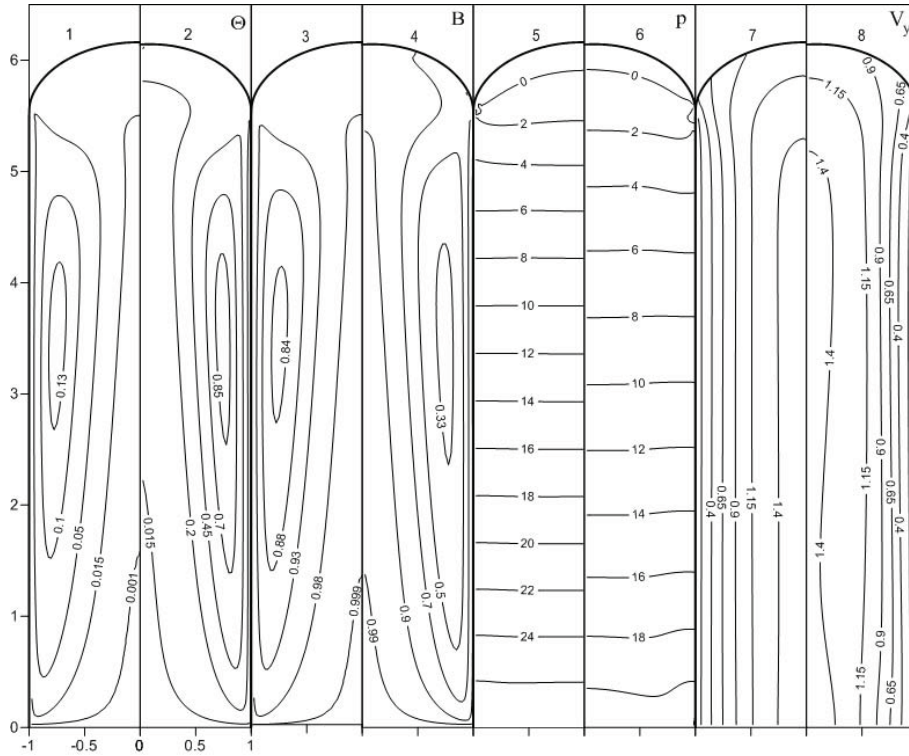


Рис. 4. Изолинии температуры, вязкости, давления и скорости при $Re = 0.01$, $W = 2$, $Pe = 100$, $C_2 = 1.33$: 1, 3, 5, 7 - $C_1 = 1$; 2, 4, 6, 8 - $C_1 = 10$.

Наряду с рассмотренной постановкой задачи реализуется математическая модель, в которой на входной границе задается параболический профиль продольной скорости, соответствующий одномерному изотермическому течению, а температура равной температуре стенки. В качестве начальных условий используются нулевые распределения скорости и температуры. Поля температуры, вязкости, давления и скорости в этом случае в момент времени $t = 5$ для двух значений параметра C_1 , при прочих равных условиях, показаны на рис. 4. Поступающая в канал жидкость разогревается за счет вязкой диссипации, причем зона повышенной температуры формируется на некотором удалении от твердой стенки, где диссипативная функция достигает наибольших значений. Соответствующее распределение вязкости приводит к формированию двумерного течения во всей области. При $C_1 = 10$ почти вдвое растет максимальное значение размерной температуры по сравнению с начальной с соответствующим уменьшением вязкости.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенного исследования демонстрируется влияние вязкой диссипации на температуру, вязкость, кинематические и динамические характеристики течения при заполнении плоского канала. Показываются особенности формирования характеристик потока для разных начальных и граничных условий на входной границе. В целом для рассматриваемого гидродинамического процесса демонстрируется сложное взаимодействие между падением вязкости за счет диссипативного разогрева и уменьшением

вследствие этого интенсивности диссипации, контролирующим падение вязкости.

Список литературы

- [1] KAMAL M.R., ISAYEV A.I., LIU S.-J. Injection molding: Technology and Fundamentals. - Munich: Carl Hanser Verlag, 2009. - 950p.
- [2] ТОРНЕР Р.В. Теоретические основы переработки полимеров. - М.: Химия, 1977. - 464с.
- [3] ТАДМОР З., ГОГОС К. Теоретические основы переработки полимеров. - М.: Химия, 1984. - 632с.
- [4] COYLE D.J., BLAKE J.W., MACOSCO C.W. The kinematics of fountain flow in mold filling // *AIChE Journal*. - 1987. - V.33. - №7. - P.1168-1177.
- [5] MAVRIDIS H. Finite element studies in injection mold filling. Ph.D. Thesis, McMaster Univ., Hamilton, Ont. Canada. - 1988. - 182p.
- [6] ШРАГЕР Г.Р., КОЗЛОБРОДОВ А.Н., ЯКУТЕНКО В.А. Моделирование гидродинамических процессов в технологии переработки полимерных материалов. - Томск: Изд-во Том. ун-та, 1999. - 229с.
- [7] MITSOULIS E. Fountain flow revisited: The effect of various fluid mechanics parameters // *AIChE Journal*. - 2010. - V.56. - №5. - P.1147-1162.
- [8] СТОЛИН А.М., МАЛКИН А.Я., МЕРЖАНОВ А.Г. Неизотермические процессы и методы исследования в химии и механике полимеров // *Успехи химии*. - 1979. - Т. XLVIII. - Вып. 8. - С. 1492-1517.
- [9] БАРАНОВ А.В. Неизотермическое течение реологически сложных сред в условиях химических превращений // *Механика композиционных материалов и конструкций*. - 2010. - Т. 16. - №3. - С. 384-399.
- [10] HASSAN H., REGUIER N., PUJOS C., DEFAYE G. Effect of viscous dissipation on the temperature of the polymer during injection molding filling // *Polym. Eng. Sci.* - 2008. - V.48. - №6. - P.1199-1206.
- [11] PRIMO BENITEZ-RANGEL J., DOMINGUEZ-GONZALEZ A., HERRERA-RUIZ G., DELGADO-ROSAS M. Filling Process in Injection Mold: A Review // *Polymer-Plastics Technology and Engineering*. - 2007. - V.46. - №7. - P.721-727.
- [12] ЛИПАНОВ А.М., АЛЬЕС М.Ю., КОНСТАНТИНОВ Ю.Н. Численное моделирование ползущих течений неньютоновских жидкостей со свободной поверхностью // *Мат. моделирование*. - 1993. - Т. 5. - №7. - С. 3-9.
- [13] NGUYEN-CHUNG T., MENNIG G. Non-isothermal transient flow and molecular orientation during injection mold filling // *Rheol. Acta*. - 2001. - V.40. - №1. - P.67-73.
- [14] OTMANI R.E., ZINET M., BOUTAOUS M., BENHADIT H. Numerical simulation and thermal analysis of the filling stage in injection molding process: role of the mold-polymer interface // *Journal of Applied Polymer Science*. - 2011. - V.121. - №3. - P.1579-1592.
- [15] WANG W., LI X., XIANHONG HAN. Numerical simulation and experimental verification of the filling stage in injection molding // *Polym. Eng. Sci.* - 2012. - V.52. - №1. - P.42-51.
- [16] ЯНКОВ В.И., БОЯРЧЕНКО В.И., ПЕРВАДЧУК В.П. и др. Переработка волокнообразующих полимеров. Основы реологии полимеров и течение полимеров в каналах. - Москва-Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотичная динамика Институт компьютерных исследований, 2008. - 264с.

- [17] ЯКУТЕНОК В.А., БОРЗЕНКО Е.И. Моделирование течений вязкой несжимаемой жидкости со свободной поверхностью на основе метода SIMPLE // Мат. моделирование. - 2007. - Т.19. - №3. - С.52-58.
- [18] ВАСЕНИН И.М., НЕФЕДОВ А.П., ШРАГЕР Г.Р. Метод расчета течений вязкой жидкости со свободной поверхностью // Численные методы механики сплошной среды. Новосибирск: ВЦ СОАН. - 1985. - Т.16. - № 6. - С. 29-43.
- [19] ПАТАНКАР С. Численные методы решения задач теплообмена и механики жидкости. - М.: Энергоатомиздат, 1984. - 152с.
- [20] КАГАНОВ С.А. Об установившемся ламинарном течении несжимаемой жидкости в плоском канале и круглой цилиндрической трубе с учетом теплоты трения и зависимости вязкости от температуры // Прикладная механика и техническая физика. - 1962. - №3. - С.96-99.
- [21] БОРЗЕНКО Е.И., ШРАГЕР Г.Р. Неизотермическое течение вязкой жидкости при заполнении плоского канала // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. - 2012. - Т.18. - №2. - С. 80-87.