

Математическое моделирование электромагнитных процессов электромеханических преобразователей энергии

Е.Ф. БЕЛЯЕВ

Пермский национальный исследовательский политехнический университет

П.Н. ЦЫЛЕВ

e-mail: pcrn@pstu.ru

И.Н. ЩАПОВА

e-mail: irina.shchapova@gmail.com

Рассматриваются методы математического моделирования электромеханических преобразователей энергии. Приводятся результаты моделирования электромеханических преобразователей различных типов.

Среди большой группы преобразователей энергии особое место принадлежит электромагнитным преобразователям. Эти устройства просты по конструкции, надёжны в работе и имеют очень высокий КПД, величина которого достигает 99%.

К группе электромагнитных преобразователей энергии относятся генераторы, электрические двигатели, трансформаторы. В ближайшие годы к этой группе добавятся электромагнитные преобразователи химической энергии в механическую энергию и наоборот.

Создание новых и совершенствование существующих типов преобразователей не представляется возможным без разработки методов расчёта и исследования протекающих в них электромагнитных процессов.

Одним из методов исследования электромагнитных преобразователей энергии является метод математического моделирования, разработанный в 30–40 годы прошлого столетия. В этот период была создана универсальная система уравнений, описывающая электромагнитные процессы преобразователей, и разработаны методы решения уравнений. Метод базируется на представлении электромагнитных преобразователей энергии совокупностью эквивалентных электрических цепей – схем замещения.

Реализация метода предполагает знание численных значений параметров схем замещения. Для их нахождения могут быть использованы полученные ранее математические выражения. Точность результатов при этом, однако, становится неопределённой, так как расчётные формулы дают приближённые значения. Параметры схем замещения могут быть получены в результате экспериментальных испытаний образцов электромагнитных преобразователей энергии. В этом случае необходимо изготовление опытных образцов, что связано с материальными затратами. Наконец, для определения параметров схем замещения можно использовать опытные данные, полученные при предшествующих испытаниях подобных образцов электромагнитных преобразователей энергии. Этот приём часто используется на практике, однако становится совершенно непригодным при моделировании новых конструкций электромагнитных преобразователей энергии.

К недостаткам использования схем замещения следует отнести также интегральность получаемых параметров. Так, например, плотность тока в проводниках ротора электромеханических преобразователей энергии распределена неравномерно. При сильном проявлении поверхностного эффекта ток протекает в основном по верхней части проводников, плотность тока нижней части проводников близка к нулю. В этом случае верхняя часть проводников будет перегреваться, хотя интегральное значение тока в проводниках не будет превышать номинальное значение. Сильный нагрев проводников ротора может привести к их оплавлению и выходу преобразователя из строя.

Более совершенным является метод математического моделирования, основанный на решении системы уравнений Максвелла. При таком подходе электромеханический преобразователь энергии представляется в виде сплошной среды, обладающей заданной геометрией и определёнными магнитными и электрическими свойствами. Математическое моделирование сводится к решению системы уравнений, описывающих электромагнитное поле преобразователя энергии, и последующее использование полученного решения для расчёта рабочих характеристик преобразователя. Важным достоинством этого метода является возможность получения дифференциальных значений исследуемых величин, т.е. их значений в каждой точке исследуемой области

В Пермском национальном исследовательском политехническом университете методами математического моделирования начали заниматься в 1973 году при разработке конструкций и исследовании электромагнитных процессов специальных асинхронных электромеханических преобразователей энергии [1, 2, 3, 4]. В результате проведённых исследований был разработан дискретно-полевой метод [5], позволяющий моделировать стационарные и переходные процессы асинхронных электромеханических преобразователей энергии. В дальнейшем этот метод был распространён и на другие типы и разновидности электромеханических преобразователей энергии и в настоящее время успешно используется для их исследования.

В основу дискретно-полевого метода положена совокупность решения уравнений электромагнитного поля, записанных, в общем случае, в виде уравнений Максвелла, и решения уравнений Кирхгофа, описывающих электромагнитные процессы обмоток электромеханических преобразователей энергии.

Система уравнений Максвелла, с учётом общепринятых допущений, преобразуется к уравнению в частных производных параболического типа. Для асинхронных электромеханических преобразователей энергии с короткозамкнутой обмоткой на роторе данное уравнение записывается в виде:

$$\frac{1}{R_0^2} \frac{\partial^2 A}{\partial \phi^2} - \mu_0 \gamma_{\text{э}} \omega \frac{\partial A}{\partial \phi} - \mu_0 \gamma_{\text{э}} \frac{\partial A}{\partial t} - q_M A = -\mu_0 J_{\text{СТ}}. \quad (1)$$

В этом выражении: $A(\phi)$ – векторный магнитный потенциал исследуемой области; R_0 – средний радиус воздушного зазора; μ_0 – магнитная постоянная; $\gamma_{\text{э}}$ – эквивалентная электропроводность материала ротора, ω – круговая частота вращения ротора; q_M – коэффициент, учитывающий магнитные сопротивления элементов магнитной цепи двигателя; $J_{\text{СТ}}$ – плотность тока обмотки статора, размещённой в воздушном зазоре преобразователя. Правая часть уравнения определяется мгновенными значениями токов фаз обмотки статора и, при известной её схеме, может быть рассчитана с использованием выражения

$$J_{\text{СТ}}(\phi_0) = \frac{\sum i(\phi_0)}{\delta'} \delta(\phi - \phi_0), \quad (2)$$

где $i(\phi_0)$ – мгновенное значение тока в точке φ_0 разбиения пространственной координаты, δ' – величина приведённого воздушного зазора преобразователя; $\delta(\phi)$ – дельта-функция Дирака.

Для решения краевой задачи должны быть заданы условия: граничные периодического типа, и начальные, определяющие значения векторного потенциала в момент коммутации.

Мгновенные значения токов фаз определяются при решении системы уравнений Кирхгофа, которые для нестационарного режима записываются в виде:

$$u_A = \frac{d\Psi_A}{dt} + L_A \frac{di_A}{dt} + i_A R_A, \quad (3)$$

$$u_B = \frac{d\Psi_B}{dt} + L_B \frac{di_B}{dt} + i_B R_B, \quad (4)$$

$$u_C = \frac{d\Psi_C}{dt} + L_C \frac{di_C}{dt} + i_C R_C. \quad (5)$$

В этих выражениях: Ψ_A, Ψ_B, Ψ_C – мгновенные значения потокосцеплений фаз, L_A, L_B, L_C – индуктивности рассеяния, R_A, R_B, R_C – активные сопротивления обмоток фаз статора электромеханического преобразователя. Потокосцепления фаз в (3–5) выражаются через значения векторного потенциала:

$$\Psi_\Phi = l_\delta \sum_1^p \sum_1^q w_K (A_H - A_K), \quad (6)$$

где l_δ – активная длина витка обмотки, p – число полюсов, q – число пазов на полюс и фазу, w_K – число витков в катушке обмотки; A_H и A_K – значения векторного потенциала в точках, соответствующих координатам сторон витка.

При исследовании стационарных режимов, когда исследуемые величины являются гармоническими функциями времени, уравнения (1,3-5) записываются в комплексном виде:

$$\frac{1}{R_0^2} \frac{\partial^2 \dot{A}}{\partial \phi^2} - \mu_0 \gamma_s \omega \frac{\partial \dot{A}}{\partial \phi} - (j \omega_0 \mu_0 \gamma_s + q_M) \dot{A} = -\mu_0 \dot{J}_{СТ}, \quad (7)$$

$$\dot{U}_A = j \omega_0 \dot{\Psi}_A + \dot{I}_A (R_A + j X_A), \quad (8)$$

$$\dot{U}_B = j \omega_0 \dot{\Psi}_B + \dot{I}_B (R_B + j X_B), \quad (9)$$

$$\dot{U}_C = j \omega_0 \dot{\Psi}_C + \dot{I}_C (R_C + j X_C). \quad (10)$$

где $j = \sqrt{-1}$, ω_0 – круговая частота сети.

Остальные выражения сохраняют прежний вид при записи величин в комплексной форме.

Краевая задача с периодическими граничными условиями решается конечно-разностным методом. Для этого область решения (окружность) разбивается на конечное число интервалов, а производная аппроксимируется конечно-разностным выражением. В результате дифференциальное уравнение совместно с граничными условиями сводится к системе алгебраических уравнений, которые решаются экономичным методом циклической прогонки. Токковая нагрузка статора в правой части уравнения (2) на каждом интервале разбиения пространственной координаты усредняется и записывается в виде:

$$j_{CT,\nu} = \frac{\dot{I}_\nu \cdot w_\nu}{\delta' \Delta \phi R_0}, \quad (11)$$

где \dot{I}_ν – комплекс тока статора, принадлежащего ν – интервалу; w_ν – число проводников этого интервала; $\Delta \phi$ – величина интервала разбиения.

При решении системы уравнений, описывающих стационарный режим работы электромеханических преобразователей энергии, магнитная цепь считается ненасыщенной и при этом условии оказывается справедливым принцип суперпозиции. Потокосцепления фаз в уравнениях Кирхгофа представляются в виде суммы трёх потокосцеплений, определяемых током каждой фазы в отдельности:

$$\dot{\Psi}_A = L_{11} \dot{I}_A + L_{12} \dot{I}_B + L_{13} \dot{I}_C, \quad (12)$$

$$\dot{\Psi}_B = L_{21} \dot{I}_A + L_{22} \dot{I}_B + L_{23} \dot{I}_C, \quad (13)$$

$$\dot{\Psi}_C = L_{31} \dot{I}_A + L_{32} \dot{I}_B + L_{33} \dot{I}_C. \quad (14)$$

После подстановки выражений (12–14) в уравнения (8–10) получается система трёх уравнений с тремя неизвестными, решение которой позволяет определить токи фаз преобразователя при заданной системе напряжений.

Коэффициенты индуктивностей $L_{11} - L_{33}$ в (12–14) рассчитываются следующим образом. Задаётся комбинация фазных токов $\dot{I}_A = 1A$, $\dot{I}_B = 0$, $\dot{I}_C = 0$, решается уравнение электромагнитного поля (7), находятся значения потокосцеплений фаз $\dot{\Psi}_A$, $\dot{\Psi}_B$, $\dot{\Psi}_C$, определяются значения коэффициентов индуктивностей:

$$L_{11} = \frac{\dot{\Psi}_A}{\dot{I}_A}; L_{21} = \frac{\dot{\Psi}_B}{\dot{I}_A}; L_{31} = \frac{\dot{\Psi}_C}{\dot{I}_A}. \quad (15)$$

Используя комбинации токов $\dot{I}_A = 0$, $\dot{I}_B = 1A$, $\dot{I}_C = 0$ и $\dot{I}_A = 0$, $\dot{I}_B = 0$, $\dot{I}_C = 1A$ в той же последовательности рассчитываются остальные коэффициенты индуктивностей.

После определения токов фаз преобразователя решается уравнение (7) и рассчитываются значения векторного магнитного потенциала в исследуемой области. Магнитная индукция в зазоре преобразователя и элементах магнитопровода, плотность тока в проводниках обмотки ротора, удельное электромагнитное усилие и другие параметры рассчитываются с использованием известных выражений.

На рис.1 показаны зависимости электромагнитного момента от скольжения, полученные в результате математического моделирования. Кривая 1 относится к асинхронному электромеханическому преобразователю с однослойной обмоткой. Провал момента в зоне скольжений 0.8 – 0.9 обусловлен высшими пространственными гармониками магнитного поля. Укорочение шага обмотки статора преобразователя приводит к ослаблению влияния высших гармоник магнитного поля и устранению провала момента (кривая 2). Кривая 3 получена в результате аналитического расчёта с использованием выражения электромагнитного момента.

Исследование нестационарных режимов электромеханических преобразователей энергии осуществляется посредством совместного решения уравнений (1,3,4,5,6). Уравнение электромагнитного поля параболического типа для каждого временного интервала аппроксимируется системой алгебраических уравнений, которая при заданных мгновенных значениях фазных токов решается методом циклической прогонки. При известных начальных значениях фазных токов и векторного потенциала из уравнений

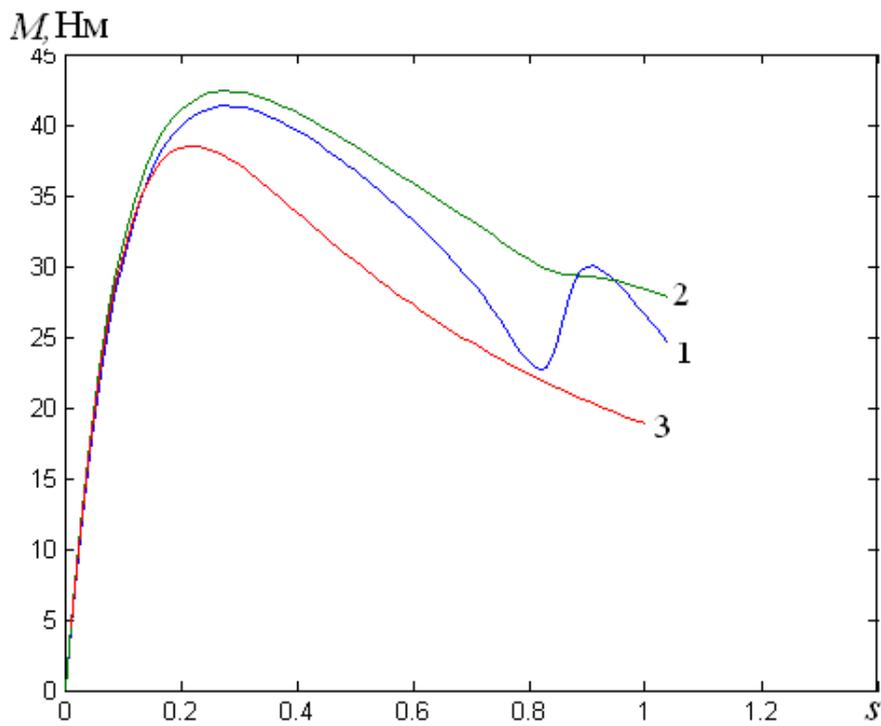


Рис. 1. Зависимости электромагнитного момента асинхронного преобразователя энергии от скольжения

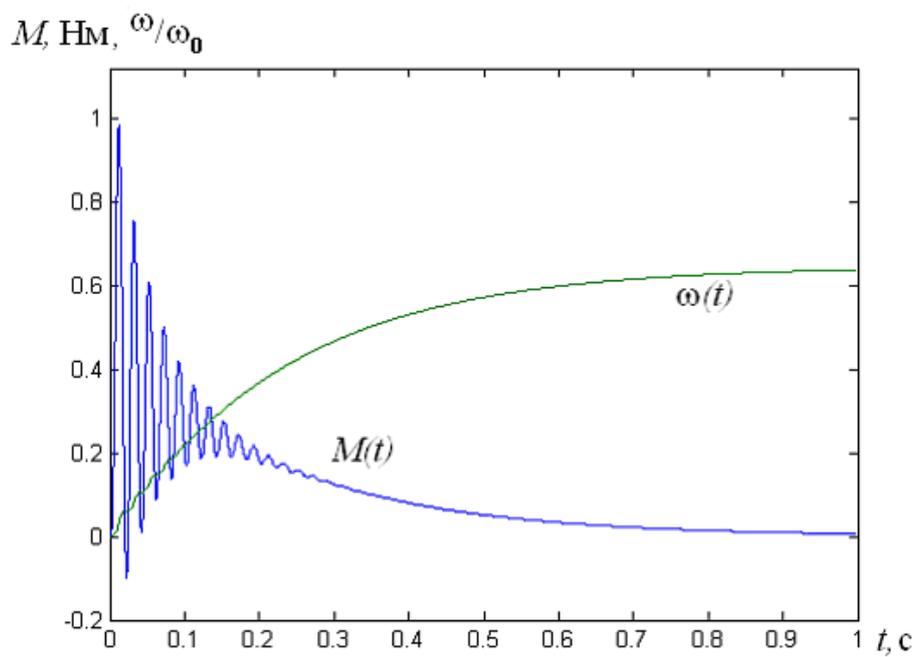


Рис. 2. Зависимости электромагнитного момента и частоты вращения от времени при пуске асинхронного преобразователя энергии

Кирхгофа рассчитываются приращения фазных токов, их величины, значения вектор-

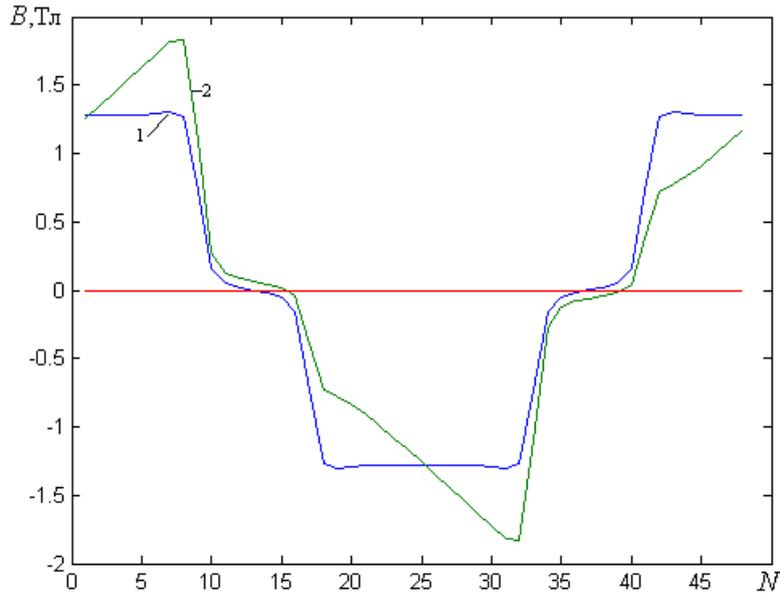


Рис. 3. Распределение магнитного поля электромеханического преобразователя постоянного тока

ного магнитного потенциала, потокосцеплений фаз на каждом временном интервале. В дальнейшем вычислительный процесс повторяется до тех пор, пока не будет достигнута конечная величина временного интервала. На каждом временном интервале рассчитываются мгновенные значения магнитной индукции, плотности тока обмотки ротора, удельного электромагнитного усилия, момента преобразователя и других величин. В результате вычислительного процесса появляется возможность построения временных зависимостей интересующих величин.

На рис.2 представлены результаты моделирования переходных процессов при пуске асинхронного электромеханического преобразователя энергии. На начальном временном интервале переходного процесса в обмотках преобразователя протекают апериодические составляющие тока. В результате взаимодействия этих составляющих тока с периодическими составляющими магнитного поля возникают составляющие электромагнитного момента, изменяющиеся во времени с частотой сети.

Разработанный метод математического моделирования применим не только для асинхронных преобразователей энергии, но и для широкого класса электромеханических преобразователей энергии различных конструктивных исполнений.

На рис.3 представлено распределение магнитного поля вдоль расточки якоря электромеханического преобразователя энергии постоянного тока, полученное при решении уравнения электромагнитного поля (1) в режиме холостого хода (кривая 1) и при нагрузке (кривая 2). Как и следовало ожидать, распределение магнитной индукции в зазоре при холостом ходе имеет трапецеидальный характер. Незначительное уменьшение индукции под полюсами объясняется влиянием магнитных сопротивлений ярма индуктора и якоря. Реакция якоря, обусловленная протеканием тока по его обмотке, вызывает искажение магнитного поля: магнитная индукция возрастает под одним краем полюса и ослабевает под другим. На рисунке хорошо видно, что при нагрузке геометрическая нейтраль электромеханического преобразователя смещается и занимает положение физической нейтрали.

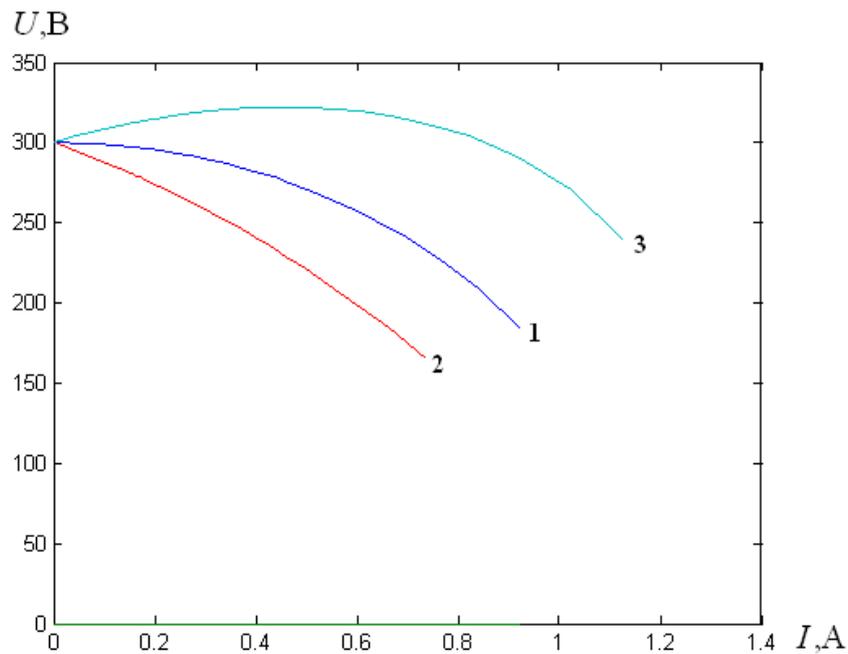


Рис. 4. Внешние характеристики синхронного генератора (1 – активная нагрузка; 2 – активно-индуктивная нагрузка; 3 – активно-ёмкостная нагрузка)

На рис. 4 представлены внешние характеристики синхронного неявнополюсного преобразователя энергии, полученные при его моделировании с нагрузкой различного характера. Вид этих характеристик соответствует реальным электромагнитным процессам, протекающим при работе синхронных преобразователей.

Методы математического моделирования позволяют исследовать магнитные поля и рабочие характеристики всех выпускаемых в настоящее время электромагнитных преобразователей энергии. Эти методы являются мощным инструментом при проектировании, разработке и изготовлении новых типов электромагнитных преобразователей энергии.

Список литературы

- [1] Беляев Е.Ф., Копылов И.П. Математическое моделирование линейных асинхронных двигателей // Электротехника. 1977. №1. С. 6–8.
- [2] Беляев Е.Ф., Копылов И.П. Математическая модель переходных процессов линейных асинхронных двигателей // Электротехника. 1977. №7. С. 24–26.
- [3] Беляев Е.Ф., Цылев П.Н. Исследование линейных асинхронных двигателей в режиме ползучей скорости // Электротехника. 1981. №5. С. 33–35.
- [4] Беляев Е.Ф., Цылев П.Н. Исследование переходных процессов линейных электродвигателей методом математического моделирования // Электрические машины и машинно-вентильные системы: Межвуз. сб. научн. тр. / Свердловск. 1989. С. 17–26.
- [5] Беляев Е.Ф. Дискретно-полевые модели электрических машин: учеб. пособие. Ч. I,II / Е.Ф. Беляев, Н.В. Шулаков. - Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2009. - 457 с.