

НЕПРЕРЫВНОЕ ШИАРЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ДАННЫХ МОНИТОРИНГА

К.В. Симонов

Институт вычислительного моделирования СО РАН

e-mail: simonovkv@icm.krasn.ru

Л. Кадена

Сибирский федеральный университет

e-mail: ecuadorx@gmail.com

Аннотация. В рамках решения задач анализа пространственных данных рассмотрены принципы построения алгоритма шиарлет-преобразования, в основе реализации которого лежат быстрые алгоритмы Фурье-преобразования [1–2]. Следуя работам [1–6], описано непрерывное шиарлет-преобразование, а затем, посредством дискретизации параметров, дискретное шиарлет-преобразование. Рассмотрены шиарлеты на конусе, такой подход позволяет получить хорошее разделение горизонтального и вертикального направлений шиарлетов в частотной области. В среде Матлаб, на основе рассмотренного алгоритма, показаны возможности шиарлет-преобразования медицинских изображений.

Введение. Сравнительно недавно появилась новая система представления пространственных сигналов (изображений), так называемая шиарлет-система, она обеспечивает как обработку непрерывных моделей, так и дискретных [4, 5, 6]. Шиарлет-системы – это системы, порожденные параболическим масштабированием, сдвигом и оператором параллельного переноса к исходным пространственным данным наблюдений. Это те же вейвлет-системы, имеющие двоичное масштабирование и параллельный перенос функции, однако также включающие в себя характеристику направленности, имея дополнительную «сдвиговую» операцию (анизотропное масштабирование). Указанная операция, фактически, дает более удобный подход для анализа направлений [1]. Таким образом, шиарлет является функцией, которая похожа на вейвлет вдоль одной оси и выпукла по другой оси. Шиарлет-преобразование требует комбинации следующих операторов: оператор масштабирования для создания элементов в различных масштабах; ортогональный оператор, чтобы изменить направление; оператор переноса для перемещения этих элементов в 2D плоскости.

В большинстве многомерных задач важные особенности изучаемых данных сосредоточены в многообразиях малых размерностей. Например, при обработке изображений, край – это одномерная кривая, на которой интенсивность изображения резко меняется. В последнее время новый подход – система шиарлетов [5, 6] предоставила эффективные инструменты для анализа внутренних геометрических черт пространственного сигнала, использующие анизотропные и направленные оконные функции. При таком подходе, направленность достигается за счет применения целых степеней матриц сдвига, а эти операции сохраняют структуру целочисленной решетки, что имеет решающее значение для цифровой реализации. По сути, это ключевая идея приводит к единому анализу, как в непрерывной, так и в дискретной области.

В работе рассмотрены принципы построения алгоритма дискретного шиарлет-преобразования, в основе реализации которого лежат быстрые алгоритмы Фурье-преобразования [2]. В [2, 3, 5] введено непрерывное шиарлет-преобразование, а затем, посредством дискретизации параметров, дискретное шиарлет-преобразование. Рассмотрены шиарлеты на конусе [3], такой подход позволяет получить хорошее разделение горизонтального и вертикального направлений шиарлетов в частотной области.

Непрерывное шварлет-преобразование. Построим непрерывное шварлет-преобразование [1, 2, 3]. Пусть $a \in \mathbf{R}^+$ и $s \in \mathbf{R}$. Обозначим за A_a параболическую матрицу масштабирования, а за S_s матрицу сдвига:

$$A_a = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & \sqrt{a} \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad S_s = \begin{pmatrix} 1 & s \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Тогда непрерывная шварлет-система, порожденная функцией $\psi \in L_2(\mathbf{R}^2)$ определяется следующим образом:

$$\left\{ \psi_{a,s,t} := a^{-\frac{3}{4}} \psi(A_a^{-1} S_s^{-1}(\cdot - t)) = a^{-\frac{3}{4}} \psi \left(\begin{pmatrix} 1/a & -s/a \\ 0 & 1/\sqrt{a} \end{pmatrix} (\cdot - t) \right) : a \in \mathbf{R}^+, s \in \mathbf{R}, t \in \mathbf{R}^2 \right\}.$$

Напомним, формулы прямого и обратного непрерывного преобразования Фурье:

$$Ff(t) = \hat{f}(\omega) = \int_{\mathbf{R}^2} f(t) e^{-2\pi i \langle \omega, t \rangle} dt,$$

$$F^{-1} \hat{f}(\omega) = f(t) = \int_{\mathbf{R}^2} \hat{f}(\omega) e^{2\pi i \langle \omega, t \rangle} d\omega.$$

Считаем, что для Фурье-образа $\hat{\psi}$ справедливо следующее соотношение:

$$\hat{\psi}(\omega_1, \omega_2) = \hat{\psi}_1(\omega_1) \hat{\psi}_2(\omega_2/\omega_1).$$

Следовательно, получаем:

$$\begin{aligned} \hat{\psi}_{a,s,t}(\omega) &= a^{-\frac{3}{4}} \psi \left(\begin{pmatrix} 1/a & -s/a \\ 0 & 1/\sqrt{a} \end{pmatrix} (\cdot - t) \right)^\wedge(\omega) = a^{-\frac{3}{4}} e^{-2\pi i \langle \omega, t \rangle} \psi \left(\begin{pmatrix} 1/a & -s/a \\ 0 & 1/\sqrt{a} \end{pmatrix} \cdot \right)^\wedge(\omega) = \\ &= a^{-\frac{3}{4}} e^{-2\pi i \langle \omega, t \rangle} a^{\frac{3}{2}} \hat{\psi} \left(\begin{pmatrix} a & 0 \\ s\sqrt{a} & \sqrt{a} \end{pmatrix} \omega \right) = a^{\frac{3}{4}} e^{-2\pi i \langle \omega, t \rangle} \hat{\psi}(a\omega_1, \sqrt{a}(s\omega_1 + \omega_2)) = \\ &= a^{\frac{3}{4}} e^{-2\pi i \langle \omega, t \rangle} \hat{\psi}_1(a\omega_1) \hat{\psi}_2 \left(a^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} + s \right) \right). \end{aligned}$$

Тогда шварлет-преобразование $SH_\psi(f)$ для функции $f \in L_2(\mathbf{R}^2)$ может быть определено следующим образом:

$$\begin{aligned} SH_\psi(f)(a,s,t) &:= \langle f, \psi_{a,s,t} \rangle = \langle \hat{f}, \hat{\psi}_{a,s,t} \rangle = \int_{\mathbf{R}^2} \hat{f}(\omega) \overline{\hat{\psi}_{a,s,t}(\omega)} d\omega = \\ &= a^{\frac{3}{4}} \int_{\mathbf{R}^2} \hat{f}(\omega) \hat{\psi}_1(a\omega_1) \hat{\psi}_2 \left(a^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} + s \right) \right) e^{2\pi i \langle \omega, t \rangle} d\omega = \\ &= a^{\frac{3}{4}} F^{-1} \left(\hat{f}(\omega) \hat{\psi}_1(a\omega_1) \hat{\psi}_2 \left(a^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} + s \right) \right) \right)(t). \end{aligned}$$

Функцию ψ называют непрерывным шварлетом, если она удовлетворяет условию допустимости:

$$\int_{\mathbf{R}^2} \frac{|\hat{\psi}(\omega_1, \omega_2)|^2}{\omega_1^2} d\omega_1 d\omega_2 < \infty.$$

Тогда существует обратное шварлет-преобразование.

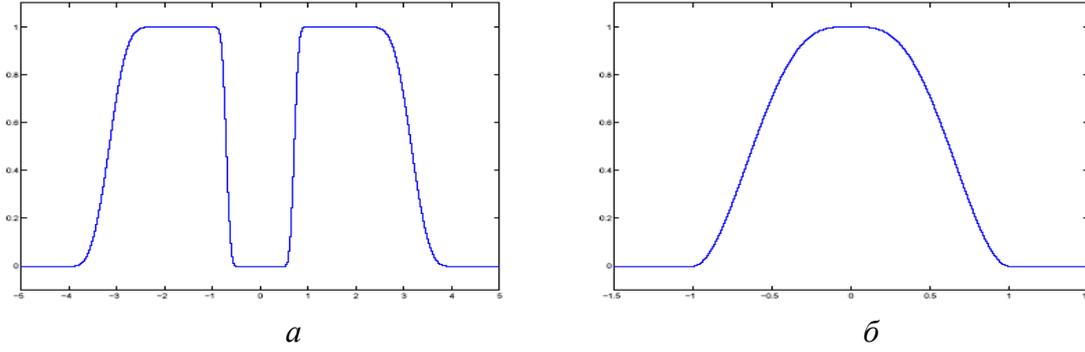


Рис. 1. Функции $\hat{\psi}_1(a)$ и $\hat{\psi}_2(b)$.

В (1) функции $\psi_1: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ и $\psi_2: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ выберем следующим образом [4, 5]:

$$\hat{\psi}_1(\omega_1) := \sqrt{b^2(2\omega_1) + b^2(\omega_1)}, \quad \hat{\psi}_2(\omega_2) := \begin{cases} \sqrt{v(1 + \omega_2)}, & \omega_2 \leq 0, \\ \sqrt{v(1 - \omega_2)}, & \omega_2 > 0, \end{cases}$$

где
$$v(x) := \begin{cases} 0, & x < 0, \\ 35x^4 - 84x^5 + 70x^6 - 20x^7 & 0 \leq x \leq 1, \\ 1 & x > 1, \end{cases}$$

$$b(x) := \begin{cases} \sin\left(\frac{\pi}{2}v(|x|-1)\right), & 1 \leq |x| \leq 2, \\ \sin\left(\frac{\pi}{2}v\left(\frac{1}{2}|x|-1\right)\right), & 2 < |x| \leq 4, \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

Шиарлеты на конусе. Шиарлеты на конусе введены в [2], таким образом, получено хорошее разделение горизонтального и вертикального направлений шиарлетов в частотной области. Функция $\hat{\psi}$ имеет компактный носитель. При этом $\text{supp } \hat{\psi}_1 = [-4, -1/2] \cup [1/2, 4]$ и $\text{supp } \hat{\psi}_2 = [-1, 1]$. Определим горизонтальный и вертикальный конусы:

$$C^h := \{(\omega_1, \omega_2) \in \mathbf{R}^2 : |\omega_1| \geq 1/2, |\omega_2| < |\omega_1|\},$$

$$C^v := \{(\omega_1, \omega_2) \in \mathbf{R}^2 : |\omega_1| \geq 1/2, |\omega_2| > |\omega_1|\},$$

и два дополнительных множества

$$C^\times := \{(\omega_1, \omega_2) \in \mathbf{R}^2 : |\omega_1| \geq 1/2, |\omega_2| \geq 1/2, |\omega_2| = |\omega_1|\},$$

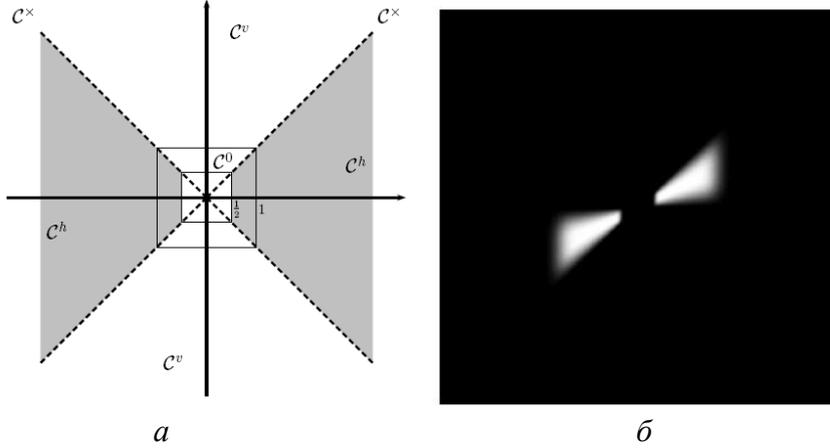
$$C^0 := \{(\omega_1, \omega_2) \in \mathbf{R}^2 : |\omega_1| < 1, |\omega_2| < 1\},$$

где C^\times определяет «линию шва» горизонтального и вертикального конусов, а C^0 – низкочастотную область. В целом $\mathbf{R}^2 = C^h \cup C^v \cup C^\times \cup C^0$ без пересечения области $C^\diamond := (-1, 1)^2 \setminus (-1/2, 1/2)^2$.

Шиарлеты ψ , определенные ранее, идеально подходят для горизонтального конуса. Для каждого множества C^h , $h \in \{h, v, \times\}$ определим характеристическую функцию $\chi_{C^h}(\omega)$ которая принимает значение равное единицы для $\omega \in C^h$ и равное нулю для $\omega \notin C^h$. Шиарлеты на конусе определяются следующим образом:

$$\hat{\psi}^h(\omega_1, \omega_2) := \hat{\psi}_1(\omega_1) \hat{\psi}_2(\omega_2/\omega_1) \chi_{C^h},$$

$$\hat{\psi}^v(\omega_1, \omega_2) := \hat{\psi}_1(\omega_2) \hat{\psi}_2(\omega_1/\omega_2) \chi_{C^v}.$$



а. – множества C^h , C^v , C^x и C^0 ; б. – шиарлет в частотной области при $a=1/4$ и $s=-1/2$
Рис. 2. Шиарлеты на конусе.

Носитель функции $\hat{\psi}_{a,s,0} \subseteq \{(\omega_1, \omega_2) : 1/2a \leq |\omega_1| \leq 1/4, |s + \omega_2/\omega_1| \leq \sqrt{a}\}$. Можно увидеть, что при $|s| \leq 1 - \sqrt{a}$, $\text{supp } \hat{\psi}_{a,s,0} \subseteq C^h$. При $1 - \sqrt{a} < s < 1 + \sqrt{a}$ часть $\text{supp } \hat{\psi}_{a,s,0}$, принадлежащая C^v будет «обрезана». При $|s| > 1 + \sqrt{a}$, шиарлет обращается в нуль характеристической функцией.

Для $(\omega_1, \omega_2) \in C^x$, определим $\hat{\psi}^x(\omega_1, \omega_2) := \hat{\psi}_1(\omega_2) \hat{\psi}_2(\omega_1/\omega_2) \chi_{C^x}$. Для низкочастотной области C^0 определим скейлинг-функцию ϕ :

$$\hat{\phi}(\omega_1, \omega_2) = \begin{cases} \phi(\omega_1), & |\omega_1| < 1, |\omega_2| \leq |\omega_1|, \\ \phi(\omega_2) & |\omega_2| < 1, |\omega_1| < |\omega_2|, \end{cases}$$

$$\text{где } \phi(\omega) := \begin{cases} 1, & |\omega| \leq 1/2, \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} \nu(2|\omega| - 1)\right), & 1/2 < |\omega| < 1, \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

Дискретное шиарлет-преобразование. Будем рассматривать изображение как функцию на сетке $\left\{ \left(\frac{m_1}{M}, \frac{m_2}{N} \right) : (m_1, m_2) \in I \right\}$, где $I = \{ (m_1, m_2) : m_1 = 0, \dots, M-1, m_2 = 0, \dots, N-1 \}$ [1].

Для получения дискретного шиарлет-преобразования, проведем дискретизацию параметров масштабирования, сдвига и переноса:

$$a_j := 2^{-2j} = \frac{1}{4^j}, \quad j = 0, \dots, j_0 - 1, \quad j_0 = \left\lfloor \frac{1}{2} \log_2 N \right\rfloor;$$

$$s_{j,k} := k2^{-j}, \quad -2^j \leq k \leq 2^j;$$

$$t_m := \left(\frac{m_1}{M}, \frac{m_2}{N} \right), \quad m \in I.$$

В этих обозначениях шиарлеты становятся:

$$\psi_{j,k,m}(x) := \psi_{a_j, s_{j,k}, t_m}(x) = \psi(A_{a_j}^{-1} S_{s_{j,k}}^{-1}(x - t_m)).$$

Заметим, что по сравнению с непрерывным шиарлет-преобразованием опускаем коэффициент $a^{-3/4}$, в Фурье-области получаем:

$$\hat{\psi}_{j,k,m}(\omega) = \hat{\psi}(A_{a_j}^T S_{s_{j,k}}^T \omega) e^{-2\pi i \langle \omega, t_m \rangle} = \hat{\psi}_1(-4^{-j} \omega_1) \hat{\psi}_2\left(2^j \frac{\omega_2}{\omega_1} + k\right) e^{-2\pi i \left(\frac{\omega_1 m_1}{M} + \frac{\omega_2 m_2}{N}\right)}, \quad \omega \in \Omega,$$

$$\text{где } \Omega := \left\{ (\omega_1, \omega_2) : \omega_1 = -\left\lfloor \frac{M}{2} \right\rfloor, \dots, \left\lfloor \frac{M}{2} \right\rfloor - 1, \quad \omega_2 = -\left\lfloor \frac{N}{2} \right\rfloor, \dots, \left\lfloor \frac{N}{2} \right\rfloor - 1 \right\}.$$

По определению имеем $a \leq 1$ и $|s| \leq 1$, таким образом, видим, что имеем разрыв только для $|k| = 2^j$, где $|s| = 1$. Для обоих конусов для имеем две половины шиарлетов с разрывом на линии шва. Не один шиарлет не определен на линии шва C^\times . Для получения полного шиарлета на линии шва мы склеим три части вместе, следовательно, определим шиарлет для $|k| = 2^j$ как сумму шиарлетов:

$$\hat{\psi}_{j,k,m}^{h \times v} := \hat{\psi}_{j,k,m}^h + \hat{\psi}_{j,k,m}^v + \hat{\psi}_{j,k,m}^\times.$$

Определим дискретное шиарлет-преобразование:

$$SH(f)(\hbar, j, k, m) := \begin{cases} \langle f, \phi_m \rangle, & \hbar = 0, \\ \langle f, \psi_{j,k,m}^{\hbar} \rangle, & \hbar \in \{h, v\}, \\ \langle f, \psi_{j,k,m}^{h \times v} \rangle & \hbar = \times, |k| = 2^j. \end{cases}$$

где $j = 0, \dots, j_0 - 1$, $-2^j + 1 \leq k \leq 2^j - 1$, $m \in I$.

Шиарлет-преобразование может быть эффективно реализовано путем применения прямого и обратного дискретного Фурье-преобразования:

$$\hat{f}(\omega) = \sum_{m \in I} f(m) e^{-2\pi i \left(\frac{\omega_1 m_1}{M} + \frac{\omega_2 m_2}{N}\right)}, \quad \omega \in \Omega,$$

$$f(m) = \frac{1}{MN} \sum_{\omega \in \Omega} \hat{f}(\omega) e^{2\pi i \left(\frac{\omega_1 m_1}{M} + \frac{\omega_2 m_2}{N}\right)}, \quad m \in I.$$

Формула Планшереля:

$$\langle f, g \rangle = \frac{1}{MN} \langle \hat{f}, \hat{g} \rangle.$$

Дискретное шиарлет-преобразование может быть вычислено для $\hbar = h$ следующим образом (заметим, что $\hat{\psi}$ – вещественна функция):

$$\begin{aligned}
SH(f)(h, j, k, m) &= \langle f, \psi_{j,k,m}^h \rangle = \frac{1}{MN} \langle \hat{f}, \hat{\psi}_{j,k,m}^h \rangle = \\
&= \frac{1}{MN} \sum_{\omega \in \Omega} \hat{f}(\omega_1, \omega_2) e^{-2\pi i \left(\frac{\omega_1 m_1}{M} + \frac{\omega_2 m_2}{N} \right)} \hat{\psi}(4^{-j} \omega_1, 4^{-j} k \omega_1 + 2^{-j} \omega_2) = \\
&= \frac{1}{MN} \sum_{\omega \in \Omega} \hat{f}(\omega_1, \omega_2) \hat{\psi}(4^{-j} \omega_1, 4^{-j} k \omega_1 + 2^{-j} \omega_2) e^{2\pi i \left(\frac{\omega_1 m_1}{M} + \frac{\omega_2 m_2}{N} \right)}.
\end{aligned}$$

Если обозначить $\hat{g}_{j,k} := \hat{f}(\omega_1, \omega_2) \hat{\psi}(4^{-j} \omega_1, 4^{-j} k \omega_1 + 2^{-j} \omega_2)$, то шпурлет преобразование может быть вычислено как обратное Фурье-преобразование (обозначение: ifft2) от $\hat{g}_{j,k}$

$$\begin{aligned}
SH(f)(h, j, k, m) &= \frac{1}{MN} \sum_{\omega \in \Omega} \hat{g}_{j,k}(\omega) e^{2\pi i \left(\frac{\omega_1 m_1}{M} + \frac{\omega_2 m_2}{N} \right)} = \text{ifft2}(\hat{g}_{j,k}) = \\
&= \text{ifft2}(\hat{f}(\omega_1, \omega_2) \hat{\psi}(4^{-j} \omega_1, 4^{-j} k \omega_1 + 2^{-j} \omega_2)).
\end{aligned}$$

Аналогичные вычисления для других \hat{h} . В итоге получаем:

$$SH(f)(h, j, k, m) = \begin{cases} \text{ifft2}(\hat{f}(\omega_1, \omega_2) \hat{\phi}(\omega_1, \omega_2)), & \hat{h} = 0, \\ \text{ifft2}(\hat{f}(\omega_1, \omega_2) \hat{\psi}(4^{-j} \omega_1, 4^{-j} k \omega_1 + 2^{-j} \omega_2)), & \hat{h} = h, |k| \leq 2^j - 1, \\ \text{ifft2}(\hat{f}(\omega_1, \omega_2) \hat{\psi}(4^{-j} \omega_2, 4^{-j} k \omega_2 + 2^{-j} \omega_1)), & \hat{h} = v, |k| \leq 2^j - 1, \\ \text{ifft2}(\hat{f}(\omega_1, \omega_2) \hat{\psi}^{h \times v}(4^{-j} \omega_1, 4^{-j} k \omega_1 + 2^{-j} \omega_2)), & \hat{h} \neq 0, |k| = 2^j. \end{cases}$$

Обратное шпурлет-преобразование осуществляется по формуле:

$$f = \sum_{h \in \{h, v\}} \sum_{j=0}^{j_0-1} \sum_{k=-2^j+1}^{2^j-1} \sum_{m \in I} \langle f, \psi_{j,k,m}^h \rangle \psi_{j,k,m}^h + \sum_{j=0}^{j_0-1} \sum_{k=\pm 2^j} \sum_{m \in I} \langle f, \psi_{j,k,m}^{h \times v} \rangle \psi_{j,k,m}^{h \times v} + \sum_{m \in I} \langle f, \phi_m \rangle \phi_m.$$

Фактически вычисление f по коэффициентам $c(\hat{h}, j, k, m)$ осуществляются в частотной области. В силу линейности Фурье-преобразования получаем:

$$\hat{f} = \sum_{h \in \{h, v\}} \sum_{j=0}^{j_0-1} \sum_{k=-2^j+1}^{2^j-1} \sum_{m \in I} \langle f, \psi_{j,k,m}^h \rangle \hat{\psi}_{j,k,m}^h + \sum_{j=0}^{j_0-1} \sum_{k=\pm 2^j} \sum_{m \in I} \langle f, \psi_{j,k,m}^{h \times v} \rangle \hat{\psi}_{j,k,m}^{h \times v} + \sum_{m \in I} \langle f, \phi_m \rangle \hat{\phi}_m.$$

Обозначим преобразование Фурье как fft2 . Тогда:

$$\begin{aligned}
\hat{f}(\omega_1, \omega_2) &= \text{fft2}(c(0, \cdot)) \hat{\phi}(\omega_1, \omega_2) + \sum_{j=0}^{j_0-1} \sum_{k=-2^j+1}^{-2^j-1} \text{fft2}(c(h, j, k, \cdot)) \hat{\psi}(4^{-j} \omega_1, 4^{-j} k \omega_1 + 2^{-j} \omega_2) + \\
&+ \sum_{j=0}^{j_0-1} \sum_{k=-2^j+1}^{-2^j-1} \text{fft2}(c(v, j, k, \cdot)) \hat{\psi}(4^{-j} \omega_2, 4^{-j} k \omega_2 + 2^{-j} \omega_1) + \\
&+ \sum_{j=0}^{j_0-1} \sum_{k=-2^j+1}^{-2^j-1} \text{fft2}(c(h \times v, j, k, \cdot)) \hat{\psi}(4^{-j} \omega_1, 4^{-j} k \omega_1 + 2^{-j} \omega_2).
\end{aligned}$$

В итоге получаем f , используя обратное преобразование Фурье: $f = \text{ifft2}(\hat{f})$.

Описанный выше алгоритм дискретного шпурлет-преобразования эффективно реализуется с помощью быстрых алгоритмов Фурье преобразования.

Методика. Авторами разработана вычислительная методика, позволяющая решать задачу обработки сложных медицинских изображений на основе шпурлет-преобразования (рис. 1). Далее приведены результаты обработки данных диагностики уролитиаза в рамках среды Матлаб (рис. 3). В настоящее время методика тестируется на пространственно-временных рядах данных наблюдений различных сложных явлений и процессов. Вычислительная методика состоит из несколько этапов:

- *подготовительное*, исходное изображение форматируется под расчетный шаблон и намечается последовательность расчетных процедур для наиболее оптимального решения поставленной задачи;

- *запуск и настройка* алгоритмического обеспечения в shearletlab, выбор конкретного алгоритма для поставленной задачи;

- *загрузка и обработка исходных изображений* для различных расчетных условий в соответствии с поставленной задачей;

- *анализ* получаемых расчетных изображений в результате шпурлет-преобразования, контрастирование изображения, в итоге получаем атлас расчетных изображений с интерпретацией изучаемого явления.

На рисунке 4 представлен пример обработки сложных медицинских изображений на основе разработанной вычислительной методики.

```

1  %% DEMOISEDEMO
2  % denoising demo using shearlets
3  %
4  %% Description
5  %   Denoising demo using shearlet transform
6  %% Examples
7  %
8  %% See also SHEARLETTRANSFORM, GENERATEW, ADJSHEARLETTRANSFORM,
9  %% INVSHEARLETTRANSFORM, DSHDEN
10 %
11 %% Copyright
12 % Copyright (C) 2011. Xiaosheng Zhuang, University of Osnabrueck
13
14
15 -
16 - clear all;
17 - close all;
18
19 %% Reading image
20 % 1. image bridge
21 % img = imread('bridge.jpg');
22 % img = img(89:600,1:512,:);
23 % 2. image barbara
24 - img = imread('barbara.gif');
25 - img1 = double(img(:, :, 1));
26 %img = rgb2gray(img);
27 %img = im2double(img);
28 %img1 = img1(1:2:512,1:2:512);
29 %imshow(uint8(img1));
30 % size(img1)
  
```

Рис. 3. Вид соответствующих окон для выполнения расчетов.



а) оригинал

б) обработано шпурлетом

Рис. 4. Пример шпурлет-преобразования для изучаемого изображения.

Заключение. Шиарлет-преобразование позволяет работать с криволинейными сингулярностями, учитывать анизотропные свойства исследуемой среды, причем математический аппарат, применяемый для анализа сложных сигналов одинаковый для различных физических сред и моделей. Шиарлет-преобразование хорошо применимо для фиксации регулярности изображения в анизотропных средах, учитывает масштаб, пространство и направление. Шиарлет-преобразование эффективный инструмент для анализа внутренних геометрических черт изображения, использующий анизотропные и направленные оконные функции.

Описанный выше алгоритм дискретного шиарлет-преобразования эффективно реализуется с помощью быстрых алгоритмов Фурье-преобразования. В среде Матлаб, на основе рассмотренного алгоритма, показаны возможности шиарлет-преобразования медицинских изображений для анализа сложных явлений в изучаемой предметной области.

Библиография

1. Hauser S. Fast finite shearlet transform: a tutorial. Preprint University of Kaiserslautern, 2011.
2. Kutyniok G., Guo K., and Labate D. Sparse multidimensional representations using anisotropic dilation and shear operators. Wavelets und Splines (Athens, GA, 2005), G. Chen und MJ Lai, eds., Nashboro Press, Nashville, TN, pages 189 - 201, 2006.
3. Laugesen R. S., Weaver N., Weiss G. L., and Wilson E. N. A characterization of the higher dimensional groups associated with continuous wavelets. The Journal of Geometrical Analysis, 12(1):89-102, 2002.
4. Mallat S. A Wavelet Tour of Signal Processing: The Sparse Way. Academic Press, San Diego, 2008.
5. Meyer Y. Oscillating Patterns in Image Processing and Nonlinear Evolution Equations, volume 22. AMS, Providence, 2001.